Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение «Кудымкарский лесотехнический техникум»

Методические указания по выполнению самостоятельной работы по учебной дисциплине - «МАТЕМАТИКА»

по специальностям:

35.02.02. Технология лесозаготовок;

35.02.03. Технология деревообработки;

23.02.04. Техническая эксплуатация подъемно-транспортных, строительных, дорожных машин и оборудования (по отраслям)

2016 год

РАССМОТРЕНО

на заседании ПЦК
общеобразовательных дисциплин
Протокол №__1___от «30__»__08_____2016

Председседатель______ _А.Л.Галкин____________

Автор-составитель
Л.Г.Дзюба, преподаватель высшей квалификационной категории

Методические указания по выполнению самостоятельной работы для студентов составлены в соответстивии с рабочей программой учебной дисциплины «Математика», разработанной по специальностям:
35.02.02. Технология лесозаготовок;
35.02.03. Технология деревообработки;
23.02.04. Техническая эксплуатация подъемно-транспортных, строительных, дорожных машин и оборудования (по отраслям)

Зарегистрировано:

№___от «____»________2019

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Методические указания для самостоятельной работы студентов учебной дисциплины «Математика» составлены в соответствии с рабочей программой 2017 года на базе примерной программы разработанной Федеральным институтом развития образования для специальностей СПО, 2008 г. издания для реализации требований ФГОС среднего общего образования.

Методические указания предназначены для организации самостоятельной работы студентов в помощь преподавателям и студентам, обучающихся по образовательной программе среднего (полного) общего образования, при подготовке специалистов среднего звена по специальностям –

35.02.02. Технология лесозаготовок;

35.02.03. Технология деревообработки;

23.02.04. Техническая эксплуатация подъемно-транспортных, строительных, дорожных машин и оборудования (по отраслям)

Современная система образования предполагает сокращение аудиторной нагрузки студентов и увеличение объема часов на самостоятельную работу, что увеличивает значимость текущего контроля знаний студентов, в том числе с использованием письменных работ, рефератов, тестов, домашних работ.

В связи с этим одна из основных задач учебного процесса сегодня - научить студентов работать самостоятельно. Научить учиться - это значит развить способности и потребности к самостоятельному творчеству, повседневной и планомерной работе над учебниками, учебными пособиями, периодической литературой, Интернет-ресурсами и т.д., активному участию в исследовательской работе.

По дисциплине «Математика» на самостоятельную работу обучающихся отводится 137 часов для специальностей технического профиля.

Методические указания основаны на требованиях к знаниям, умениям и навыкам студентов, предусмотренными ФГОС СПО и ориентированы на достижение следующих целей:

- обеспечение сформированности представлений о социальных, культурных и исторических факторах становления математики;
- обеспечение сформированности логического, алгоритмического и математического мышления;
- обеспечение сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач;
- обеспечение сформированности представлений о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления.

В результате изучения учебной дисциплины «Математика » обучающийся должен:

знать/ понимать:

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; исследование процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;
- вероятностный характер различных процессов окружающего мира.

уметь:

- выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы;
- находить значения корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства; пользоваться приближенной оценкой при практических расчетах;
- выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций;

- для практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства.
- вычислять значение функции по заданному значению аргумента при различных способах задания функции;
- определять основные свойства числовых функций, иллюстрировать их на графиках;
- строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику свойства элементарных функций;
- использовать понятие функции для описания и анализа зависимостей величин;
- находить производные элементарных функций;
- использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков;
- вычислять в простейших случаях площади и объемы с использованием определенного интеграла;
- для решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения;
- решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, а также аналогичные неравенства и системы;
- использовать графический метод решения уравнений и неравенств;
- изображать на координатной плоскости решения уравнений, неравенств и систем с двумя неизвестными;
- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;
- вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;
- для анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков;
- анализа информации статистического характера;
- распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;
- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении;
- анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;
- изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;
- строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;
- решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);
- использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
- проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- для исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;
- вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

В методических указаниях содержатся задания для самостоятельной работы по разделам и темам, рекомендации для студентов по составлению конспекта, тестов, кроссвордов, написанию реферата, подготовке доклада, приведен список литературы и нормативных актов для обучающихся, а также предложены критерии оценки для каждого вида работы.

.

Общие критерии и нормы достижений обучающихся.

Фиксация результатов текущего контроля осуществляется по пятибалльной системе:

– «2» – неудовлетворительно; – «3» – удовлетворительно; – «4» – хорошо; – «5» – отлично.

Оценка «5» ставится в случае: 1. Знания, понимания, глубины усвоения обучающимися всего объема программного материала. 2. Умения выделять главные положения в изученном материале, делать выводы, устанавливать межпредметные и внутрипредметные связи, творчески применять полученные знания в незнакомой ситуации. 3. Отсутствия ошибок и недочетов при воспроизведении изученного материала при устных ответах, устранения отдельных неточностей с помощью дополнительных вопросов преподавателя, соблюдения культуры письменной и устной речи, правил оформления письменных работ.

Оценка «4» ставится в случае: 1. Знания всего изученного программного материала. 2. Умения выделять главные положения в изученном материале, на основании фактов и примеров обобщать, делать выводы, устанавливать внутрипредметные связи, применять полученные знания на практике. 3. Незначительных (негрубых) ошибок и недочетов при воспроизведении изученного материала, соблюдение основных правил культуры письменной и устной речи, правил оформления письменных работ.

Оценка «3» ставится в случае: 1. Знания и усвоения материала на уровне минимальных требований программы, затруднений при самостоятельном воспроизведении, необходимости незначительной помощи преподавателя. 2. Умения работать на уровне воспроизведения, затруднений при ответах на видоизмененные вопросы. 3. Наличия грубой ошибки, нескольких негрубых ошибок при воспроизведении изученного материала, незначительного несоблюдения основных правил культуры письменной и устной речи, правил оформления письменных работ.

Оценка «2» ставится в случае: 1. Знания и усвоения материала на уровне ниже минимальных требований программы, отдельных представлений об изученном материале. 2. Отсутствия умений работать на уровне воспроизведения, затруднений при ответах на стандартные вопросы. 3. Наличия нескольких грубых ошибок, большого числа негрубых при воспроизведении изученного материала, значительного несоблюдения основных правил культуры письменной и устной речи, правил оформления письменных работ. 4. Полного незнания изученного материала, отсутствия элементарных умений и навыков.

ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ

Раздел	Кол-во часов	Тема СР
Раздел 1.		
Тема 1.1. Развитие понятия о числе.	8	-Развитие понятия о числе -Выполнение арифметических действий над числами -Нахождение приближенных значений величин и погрешностей вычислений
Тема 1.2. Корни, степени и логарифмы.	18	-Степень -Корень *n*-й степени -Корни, степени -Определение логарифма -Свойства логарифмов
Тема 1.3. Функции. Их свойства и графики	12	-Преобразование графиков функций -Функции и их графики -Функции. Их свойства и графики -Функции. Свойства и графики -Обратная функция -Показательная и логарифмическая функции
Тема 1.4 Уравнения и неравенства Линейные уравнения и неравенства	16	-Линейные уравнения -Дробно-рациональные уравнения -Квадратные уравнения -Линейные неравенства -Квадратные неравенства -Простейшие иррациональные уравнения -Иррациональные уравнения -Простейшие иррациональные неравенства -Простейшие показательные уравнения -Показательные уравнения -Простейшие показательные неравенства - Решение логарифмических уравнений - Решение логарифмических неравенств -Решение иррациональных, показательных, логарифмических уравнений и неравенств
Тема 1.5. Основы тригоно метрии	18	-Основы тригонометрии -Числовая окружность -Основное тригонометрическое тождество и следствия из него -Графики тригонометрических функций y=sinx, y=cosx -Графики тригонометрических функций y=tgx, y=ctgx -Домашняя контрольная работа по теме «Свойства и графики тригонометрических функции» -Решение простейших тригонометрических уравнений -Решение тригонометрических уравнений

Раздел 2.		
Тема 2.1. Дифференциальное исчисление	9	-Производные элементарных функций -Производные элементарных функций(тест)
Тема 2.2. Интегральное исчисление	9	-Интегрирование элементарных функций - Вычисление интеграла. Вычисление площади фигуры
Раздел 3		
Тема 3.1. Прямые и плоскости в пространстве	6	-Основные понятия стереометрии. Аксиомы. Следствия из аксиом -Параллельность прямых в пространстве. Параллельность прямой и плоскости -Перпендикулярность прямых в пространстве. Перпендикулярность прямой и плоскости -Перпендикуляр и наклонная
Тема 3.2 Координаты и векторы	12	-Повторение. Решение треугольников -Векторы в пространстве. -Система координат в пространстве -Векторы в пространстве -Векторы в пространстве
Тема 3. 3. Многогранники	14	- Угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями - Многогранники - Развертки многогранников - Многогранники. Призма - Куб - Призма. Пирамида - Многогранники. Призма. Пирамида
Тема 3.4. Круглые тела	5	-Тела вращения - Круглые тела -Площадь поверхности цилиндра, конуса и шара
Тема 3.5.Объем тел вращения	7	-Объём тел вращения - Объём и поверхности тел вращения
Тема 4.1. Элементы комбинато рики	3	-Комбинаторика -Случайный опыт и случайное событие - Вероятность события. Операции над событиями. Повторение. - Теоремы сложения и умножения вероятностей -Итоговый тест по математике
Всего часов	137	

ТЕМА 1.1. РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ О ЧИСЛЕ. ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

Самостоятельная работа по теме «Развитие понятия о числе»

Цель: закрепление и расширение теоретических и практических знаний; развивать познавательный интерес к предмету;работая с учебником формировать навыки работы со справочной литературой и другими источниками.
Задание: заполните таблицу, используя учебник стр 7-21; составьте 3-4 вопроса по тексту параграфа.
Методические указания по выполнению задания:
Прочитать указанные страницы, выделить главное в содержании, ответить на вопросы таблицы, в ответе четкость, компактность, полнота. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учеб. для студ. учреждений сред. проф. образования /М.И.Башмаков.-4-е изд., стер.-М. :Издательский центр «Академия»,2017.-256с
Критерии оценивания: «5»- таблица заполнена аккуратно, в полном объеме, информация отобрана верно и составлено 4 вопроса; «4» таблица содержит 1-2 неточности или недостаточно полная информация по отдельным пунктам таблицы, есть вопросы; «3»- таблица заполнена частично, некорректно составлены вопросы, имеются грубые речевые ошибки.
Форма выполнения задания: заполненная таблица, оформленная в тетради. Записаны вопросы в тетради.

Вид числа	*Обозначение множества чисел*	*Примеры чисел*	*Для чего людям понадобились эти числа*	*Действия, которые можно выполнять над числами*
Натуральные числа				
Целые числа				
Рациональные числа				
Иррациональные числа				
Комплексные числа				

Контрольные вопросы:

1.Что ты знаешь о числе?
2.Зачем людям понадобились числа?

Самостоятельная работа по теме:
« Выполнение арифметических действий над числами»

Цель: Овладение навыками выполнения арифметических действий над числами.
Уметь применять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы; сравнивать числовые выражения.
Задания: Для того чтобы выполнить работу, необходимо выбрать соответствующие задания по вашему варианту. Опираясь на теоретический материал, тренировочные упражнения на уроке и домашнее задание, произвести расчет следующих заданий.
Критерии оценивания: «5» -верно выполнено 5 заданий; «4» - верно выполнено 4 задания; «3» - верно выполнено 3 задания; «2» - выполнено 1-2задания
Форма выполнения задания:– самостоятельная работа, оформленная в тетради.
Методические указания: используй карточку

ПРАВИЛО	ОБРАЗЕЦ	ЗАДАНИЯ
1) Найти общий знаменатель. 2) Выполнить действия.	$\frac{x}{(a-b)^2}+\frac{y}{a^2-b^2}$; 1) Общий знаменатель: $(a-b)^2(a+b)$, 2) $\frac{x}{(a-b)^2}+\frac{y}{a^2-b^2}=$ $=\frac{x(a+b)}{(a-b)^2(a+b)}+$ $+\frac{y(a-b)}{(a-b)^2(a+b)}=$ $=\frac{ax+bx+ay-by}{(a-b)^2(a+b)}$. *Краткая запись:* $=\frac{x^{\diagdown a+b}}{(a-b)^2}+\frac{y^{\diagdown a-b}}{(a-b)(a+b)}=$ $=\frac{ax+bx+ay-by}{(a-b)^2(a+b)}$.	**Найти суммы и разности дробей:** 1) $\frac{x}{3}+\frac{y}{4}$; 2) $\frac{a+b}{a-b}+\frac{a-c}{b-a}$; 3) $\frac{2b^2+3ax}{bx}-\frac{ab+5bx}{ax}$; 4) $\frac{1}{a^2b^3}-\frac{1}{a^2b^3}$; 5) $\frac{a}{a^2-b^2}-\frac{b}{(a-b)^2}$;
		6) $\frac{m}{5}-\frac{n}{6}$; 7) $\frac{x+2}{x-y}+\frac{x-3}{y-x}$; 8) $\frac{5a^2-b^2}{ab}-\frac{3a-2b}{b}$; 9) $\frac{1}{x^3y^2}-\frac{1}{x^3y^2}$; 10) $\frac{c}{(a+b)^2}+\frac{d}{a^2-b^2}$;
		11) $\frac{c}{3}-\frac{d}{2}$; 12) $\frac{m+n}{m-n}+\frac{m-n}{n-m}$; 13) $\frac{3c^2+5ab}{ac}+\frac{b^2-3ac}{bc}$; 14) $\frac{1}{a^2c^4}-\frac{1}{a^3c^3}$; 15) $\frac{x}{a^2-b^2}+\frac{y}{(a-b)^2}$.

Вариант 1

1. Запишите числа в порядке возрастания: 3; $5\sqrt{3}$; $\sqrt{\frac{9}{25}}$; $\frac{1}{4}$; 8; $\frac{2}{\sqrt{3}}$; 7,5; 143.

2. Запишите в виде десятичной дроби: $\frac{2}{11}+\frac{1}{9}$;

3. Вычислите: 1) $\left(11-9\frac{1}{2}\right)\div 20$; 2) $\left(6\frac{8}{15}-1\frac{7}{20}\right)\div(2{,}8+0{,}2)$;

3) $\left(3\frac{1}{3}\cdot 6{,}6+2\div 12{,}75\right)\div\left(\frac{2}{3}-\frac{20}{51}+1\frac{16}{17}\right)\div 2{,}5\cdot$

Вариант 2

1. Запишите числа в порядке возрастания: 7; $3\sqrt{3}$; $\sqrt{\frac{16}{121}}$; $\frac{1}{9}$; 12; $\frac{222}{\sqrt{3}}$; 15,3; 99.

2. Запишите в виде десятичной дроби: $\frac{8}{13}+\frac{2}{3}$

3. Вычислите: 1) $\left(9\frac{18}{25}-6{,}52\right)\cdot 9$; 2) $12\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{3}{4}-0{,}125\right)$;

3) $\left(75\div 4\frac{1}{6}-3\frac{9}{23}\cdot 3\right)\cdot\left(1\frac{5}{18}+0{,}35-\frac{11}{15}\right)\div 1{,}4$

Вариант 3

1. Запишите числа в порядке возрастания: 6; $\sqrt{7}$; $\sqrt{\frac{9}{36}}$; $\frac{3}{7}$; 5; $\frac{2}{\sqrt{5}}$; 12,1; 206.

2. Запишите в виде десятичной дроби: $\frac{1}{3}+1{,}25$;

3. Вычислите: 1) $13{,}625\div\left(2{,}6+\frac{1}{8}\right)$; 2) $\left(0{,}5+\frac{4}{5}-\frac{3}{5}\right)\cdot(3+5{,}32-0{,}12)$;

3) $\left(19\frac{1}{6}+43{,}75\right)\div\frac{5}{6}+\left(13{,}3-11\frac{1}{2}\right)\div 1{,}8-26{,}8\div 6{,}7\cdot$

Вариант 4

1. Запишите числа в порядке возрастания: 2; $2\sqrt{17}$; $\sqrt{\frac{25}{625}}$; $\frac{2}{19}$; 14; $\frac{\sqrt{6}}{5}$; 17,4; 192.

2. Запищите в виде десятичной дроби: $\frac{1}{6}+0{,}33$

3. Вычислите: 1) $0{,}03\cdot\left(4{,}05-3\frac{13}{20}\right)$; 2) $\left(\frac{1}{4}-14{,}05\right)\div 0{,}04+13{,}8\div\frac{1}{13}$;

3) $\left(3\frac{7}{18}-2\frac{25}{36}+\frac{5}{9}\right)\cdot 6\frac{6}{11}+2{,}4\cdot 20{,}15\div 24{,}18-\frac{10}{11}\cdot$

Контрольные вопросы:

1. Какие числа называются рациональными? Иррациональными?
2. Какая бесконечная десятичная дробь называется периодической?
3. Что называется множеством действительных чисел?
4. Какие действительные числа называются равными?

Самостоятельная работа по теме:
«Нахождение приближенных значений величин и погрешностей вычислений»

Цель: Овладение навыками нахождения приближенных значений величин и погрешностей вычислений. Научиться находить приближенные значения величин. Научиться находить погрешности вычислений (абсолютная и относительная).

Задания. Для того чтобы выполнить работу, необходимо выбрать соответствующие задания по вашему варианту. Опираясь на теоретический материал, тренировочные упражнения на уроке, произвести расчет следующих 6 заданий.

Критерии оценивания: «5» - верно выполнено 6 заданий; «4» - верно выполнено 5 заданий;
«3» - верно выполнено 3 задания; «2» - выполнено 1-2задания

Форма выполнения задания:–работа, оформленная в тетради

Методические указания:

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ.

<u>**Абсолютная погрешность**</u> некоторого числа a равна разности между его истинным и приближенным значением a^*, полученным в результате вычисления или измерения. $\Delta(a^*) = a - a^*$

<u>**Относительная погрешность**</u> – это отношение абсолютной погрешности к приближенному значению числа $\delta(a^*) = \Delta a^*/|a|$

Относительную погрешность обычно выражают в процентах: $\boxed{\delta(a^*) = \dfrac{\Delta a^*}{|a|} \cdot 100\%}$

Использование относительных погрешностей удобно тем, что они не зависят от масштабов величин и единиц измерения.

Пусть известно $\Delta a^* = 0{,}1$- это большая или малая погрешность?

Если $a^* \approx 0{,}33$, то скорее всего погрешность велика, если $a^* \approx 0{,}33 \cdot 10^6$ следует признать её малой.

При оперировании относительной величиной погрешности имеем:

$\delta(0{,}33) = 33\%$ в первом случае и $\delta(0{,}33 \cdot 10^6) = 0{,}33 \cdot 10^{-5}\%$ во втором

Таким образом, для оценки погрешностей логичней пользоваться её относительной мерой.

Вариант 1

1. Округлите разность чисел 156,739 и 109,537 до сотых, до десятых.
2. Округлите число 414,1823 до единиц, до десятков.
3. Найдите нижнюю и верхнюю границы следующих приближенных величин:
а) 17,8 (±0,1); б) 36,5 (±0,05).
4. Найдите абсолютную погрешность следующих приближенных величин, если все значащие цифры их точные: а) 124; б) 13,7; в) $\frac{1}{7}$.
5. Найдите относительную погрешность следующих приближенных величин, если все значащие цифры их точные: а) 42,3; б) 142,484.
6. Амперметр дает точность ±0,02 А. При измерении силы тока получили 10,63 А. Укажите границы этого числа.

Вариант 2

1. Округлите сумму чисел 44,722 и 213,42255 до десятых, до сотых.
2. Округлите число 23,4770 до десятков, до единиц.
3. Найдите нижнюю и верхнюю границы следующих приближенных величин:
а) 24,3 (±0,1); б) 257,2 (±0,07).
4. Найдите абсолютную погрешность следующих приближенных величин, если все значащие цифры их точные: а) 347; б) 18,1; в) $\frac{1}{9}$.
5. Найдите относительную погрешность следующих приближенных величин, если все значащие цифры их точные:

а) 3,75; б) 15,7574.

6. Атомная масса водорода 1,0082$\pm$0,0005. Укажите границы приближенного значения этого числа.

Вариант 3

1. Округлите произведение чисел 5,611 и 50,55 до тысячных, до сотых.
2. Округлите число 333,0045 до единиц, до десятков.
3. Найдите нижнюю и верхнюю границы следующих приближенных величин:
а) 22,4 (±0,2); б) 3,85 (±0,08).
4. Найдите абсолютную погрешность следующих приближенных величин, если все значащие цифры их точные: а) 743; б) 1,75; в) $\frac{1}{13}$.
5. Найдите относительную погрешность следующих приближенных величин, если все значащие цифры их точные: а) 32,7; б) 18,340.
6. Атомная масса меди 63,44$\pm$0,15. Укажите границы приближенного значения этого числа.

Вариант 4

1. Округлите разность чисел 25,904 и 4,2562 до десятых, до сотых.
2. Округлите число 2101,5060 до сотен, до единиц.
3. Найдите нижнюю и верхнюю границы следующих приближенных величин:
а) 27,7 (±0,1); б) 56,9 (±0,05).
4. Найдите абсолютную погрешность следующих приближенных величин, если все значащие цифры их точные: а) 421; б) 2,43; в) $\frac{1}{6}$.
5. Найдите относительную погрешность следующих приближенных величин, если все значащие цифры их точные: а) 12,6; б) 218,161.
6. На рулетке написано l=5±0,015м. Укажите границы приближенного значения этого числа.

Контрольные вопросы:

1. Что называется приближенным значением с недостатком?
2. Что называется приближенным значением с избытком?
3. Что называется погрешностью приближения?
4. Как найти абсолютную погрешность приближения?
5. Что называется границей абсолютной погрешности?
6. Как найти относительную погрешность вычисления?
7. Что называется границей относительной погрешности?

ТЕМА 1.2. КОРНИ СТЕПЕНИ. ЛОГАРИФМЫ.

Самостоятельная работа по теме «Степень»

Цель: повторить правила действий со степенями; уметь выполнять действия со степенями.

Задание: выполни упражнения, предварительно повтори действия со степенями. Представлено 6 вариантов, преподаватель указывает вариант.
Критерии оценивания: «5» - верно выполнено 4 задания; «4» - верно выполнено 3 задания;
«3» - верно выполнено 2 задания; «2» - выполнено менее 2 заданий.
Форма выполнения задания: письменное решение упражнений в тетради. Запись задания и ответа обязательно.

Методические указания: смотри таблицу «Свойства степеней»и примеры:

Свойства степени

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \qquad \left(a^n\right)^m = a^{n \cdot m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \qquad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\frac{1}{a^m} = a^{-m} \qquad \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$$

$$1^n = 1 \qquad a^0 = 1 \qquad a^1 = a$$

Примеры на свойства степеней

Пример 1. Выполните действия:

а) $(x^5)^3$; б) $2(n^3)^5$; в) $-4(a^4)^2$

Решение:

а) $(x^5)^3 = x^{5 \cdot 3} = x^{15}$
б) $2(n^3)^5 = 2n^{3 \cdot 5} = 2n^{15}$
в) $-4(a^4)^2 = -4a^{4 \cdot 2} = -4a^8$

Пример 2. Возведите в степень:

а) $(-2mn)^4$; б) $(3bc)^3$; в) $(-6a^4b)^2$

Решение:

а) $(-2mn)^4 = (-2)^4 \cdot m^4 \cdot n^4 = 16m^4n^4$
б) $(3bc)^3 = 3^3 \cdot b^3 \cdot c^3 = 27b^3c^3$
в) $(-6a^4b)^2 = (-6)^2 \cdot (a^4)^2 \cdot b^2 = 36 \cdot a^8 \cdot b^2 = 36a^8b^2$

В-1

1. Найти значение выражения.
   x^4, при $x = -3$
2. Вычислить, используя свойства степени.
   а) $0{,}04^3 \cdot 100^3$
   б) $(4 \cdot 2^7):2^6$

3.Выполните действия.
а) $7^0 + (-1)^3$
б) $4 \cdot 5^2 - 7^2$

4. Упростите выражение.
а) $c^5 \cdot c^7 : c^8$
б) $(a^3)^2 \cdot a$
в) $(-2x^2)^4$

В-2

1.Найти значение выражения.
x^5, при $x = -2$

2.Вычислить, используя свойства степени.
а) $0{,}05^4 \cdot 100^4$
б) $3^{10}:(3^5 \cdot 9)$

3. Выполните действия.
а) $(-1)^2 - 6^0$
б) $8^2 - 2 \cdot 3^3$

4. Упростите выражение.
а) $c^{20} : c^{12} \cdot c^4$
б) $(a^5)^3 : a$
в) $(-3x^5)^2$

В-3

1. Найти значение выражения.

$10-x^4$, при $x = -1$

2.Вычислить, используя свойства степени.

а) $0{,}5^2 \cdot 200^2$

б) $(125 \cdot 5^8):5^{10}$

3. Упростите выражения.

а) $(c^8)^5 \cdot c^9$

б) $(x \cdot x^6):x^2$

в) $(-5xy)^3$

4.Найти значение выражения.

а) $0{,}4 \cdot (-5)^2 - 81 \cdot (-\frac{1}{3})^4$

б) $(-0.6)^3 - 0{,}6^0$

В-4

1.Найти значение выражения.

$9 - x^5$, при $x = -1$

2. Вычислить, используя свойства степени.

а) $12{,}5^3 \cdot 8^3$

б) $7^{13} : (49 \cdot 7^{10})$

3.Упростите выражения.

а) $(c^3)^4 \cdot c^8$

б) $(x^{10} \cdot x):x^8$

в) $(-2ав)^5$

4. Найти значение выражения.

а) $125 \cdot (\frac{1}{5})^3 - 0{,}004 \cdot (-10)^3$

б) $(-0{,}4)^0 - 0{,}4^3$

В-5

1.Найти значение выражения.

$18 - \frac{1}{2}x^6$, при $x = -2$

2.Вычислить, используя свойства степени.

а) $1{,}3^6 \cdot (\frac{10}{13})^6$

б) $\frac{1000^4}{2^{17}} \cdot \frac{10^7}{5^{17}}$

3.Найдите значение выражения.

а) $-3^2 \cdot \frac{1}{48} + (\frac{7}{11})^0$

б) $(-4\frac{1}{4})^2 + (-4)^3$

4.Упростите выражения.

а) $(x^5)^5 \cdot x^3 : x^{20}$

б) $(y^3 \cdot y^3)^3 : y^{12}$

в) $(-7авс)^3$

В-6

1. Найти значение выражения.

$7 - \frac{1}{243}x^3$, при $x = -3$

2.Вычислить, используя свойства степени.

а) $4{,}9^8 \cdot (\frac{10}{49})^8$

б) $\frac{64^5 \cdot 8^{12}}{2^{20} \cdot 4^{20}}$

3.Найдите значение выражения.

а) $(\frac{10}{13})^0 - 6^2 \cdot \frac{1}{64}$

б) $(-3\frac{3}{8})^2 + (-2)^3$

4.Упростите выражения.

а) $(x^4)^5 \cdot x^8 : x^{24}$

б) $(a^8 \cdot a^7)^2 : a^{22}$

в) $(-6авс)^3$

Контрольные вопросы:

1.Что такое степень?

2.Что такое основание степени?

3.Что такое показатель степени?

Самостоятельная работа по теме «Корень *n*-й степени»

Цель: повторить правила действий с корнем п-степени; уметь выполнять действия с корнями.
Задание: выполни упражнения, предварительно повтори действия с корнями. Представлено 4 варианта, преподаватель указывает вариант.
Методические указания: использовать таблицу «Основные свойства корней» и примеры

1) $\sqrt[n]{a\cdot b}=\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}$ 4) $\sqrt[n]{a^m}=\left(\sqrt[n]{a}\right)^m$

2) $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ 5) $\sqrt[n\cdot k]{a^{m\cdot k}}=\sqrt[n]{a^m}$

3) $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}=\sqrt[n\cdot m]{a}$ 6) $\sqrt[n]{a^n}=a$

1. $2^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{2^2}$
2. $3^{-\frac{1}{3}}=\dfrac{1}{3^{\frac{1}{3}}}=\dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}$
3. $-8^{1,5}=$ не имеет смысла
4. $5a^{\frac{1}{2}}=5\sqrt{a}$
5. $(x-y)^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{(x-y)^2}$

Критерии оценивания: «5» - выполнено 11-12 заданий; «4» - выполнено 9-10 заданий; «3» - выполнено 7-8 заданий; «2» - выполнено менее 6 заданий.
Форма выполнения задания: письменное решение упражнений в тетради. Запись задания и ответа обязательна

Самостоятельная работа по алгебре
по теме «Корень *n*-й степени»
Вариант 1

Вычислите:

$\sqrt{0,25}$; 2) $\sqrt[5]{32}$; 3) $\sqrt[3]{-3\dfrac{3}{8}}$; 4) $0,7\sqrt[4]{81}$;

$\sqrt[4]{\dfrac{16}{81}}+\sqrt[3]{-\dfrac{1}{8}}$; 6) $\left(2\sqrt[3]{4}\right)^3$; 7) $\dfrac{6}{\left(2\sqrt{3}\right)^2}$;

$-3\sqrt[5]{(-7)^5}$; 9) $\sqrt[4]{16}\cdot\sqrt[3]{-125}$;

$\sqrt[4]{1}\cdot\sqrt[3]{0,008}$; 11) $\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[4]{8}$;

$\sqrt[3]{54}\cdot\sqrt[3]{32}$; 13) $\dfrac{\sqrt[3]{189}}{3\sqrt[3]{7}}$;

Самостоятельная работа по алгебре
по теме «Корень *n*-й степени»
Вариант 2

Вычислите:

$\sqrt{0,49}$; 2) $\sqrt[3]{64}$; 3) $\sqrt[3]{-2\dfrac{10}{27}}$; 4) $0,5\sqrt[4]{81}$;

$\sqrt[4]{\dfrac{81}{16}}+\sqrt[3]{-\dfrac{1}{27}}$; 6) $\left(2\sqrt[3]{6}\right)^3$; 7) $\dfrac{6}{\left(3\sqrt{2}\right)^2}$;

$-3\sqrt[3]{(-6)^3}$; 9) $\sqrt[4]{81}\cdot\sqrt[3]{8}$;

$\sqrt[43]{1}\cdot\sqrt[3]{-0,125}$; 11) $\sqrt[5]{27}\cdot\sqrt[5]{9}$;

$\sqrt[4]{9}\cdot\sqrt[4]{18}\cdot\sqrt[4]{8}$; 13) $\dfrac{\sqrt[3]{500}}{5\sqrt[3]{4}}$;

Самостоятельная работа по алгебре
по теме «Корень *n*-й степени»
Вариант 3

Вычислите:

$\sqrt{0,64}$; 2) $\sqrt[4]{81}$; 3) $\sqrt[3]{-15\dfrac{5}{8}}$; 4) $0,5\sqrt[7]{128}$;

$\sqrt[4]{\dfrac{16}{625}}+\sqrt[3]{-\dfrac{1}{8}}$; 6) $\left(2\sqrt[3]{10}\right)^3$; 7) $\dfrac{\left(2\sqrt{3}\right)^2}{12}$;

$7\sqrt[5]{(-7)^5}$; 9) $\sqrt[4]{625}\cdot\sqrt[3]{-27}$;

$\sqrt[5]{1}\cdot\sqrt[5]{0,00032}$; 11) $\sqrt[5]{16}\cdot\sqrt[5]{2}$;

$\sqrt[4]{6}\cdot\sqrt[4]{8}\cdot\sqrt[4]{27}$; 13) $\dfrac{\sqrt[3]{320}}{2\sqrt[3]{5}}$;

Самостоятельная работа по алгебре
по теме «Корень *n*-й степени»
Вариант 4

Вычислите:

$\sqrt{0,81}$; 2) $\sqrt[5]{243}$; 3) $\sqrt[3]{-1\dfrac{61}{64}}$; 4) $0,2\sqrt[4]{625}$;

$\sqrt[4]{\dfrac{1}{256}}+\sqrt[3]{-\dfrac{8}{27}}$; 6) $\left(2\sqrt[3]{8}\right)^3$; 7) $\dfrac{\left(3\sqrt{3}\right)^2}{9}$;

$7\sqrt[5]{(-6)^5}$; 9) $\sqrt[4]{81}\cdot\sqrt[3]{-343}$;

$\sqrt[9]{-1}\cdot\sqrt[6]{0,000081}$; 11) $\sqrt[3]{625}\cdot\sqrt[3]{25}$;

$\sqrt[3]{36}\cdot\sqrt[3]{48}$; 13) $\dfrac{\sqrt[4]{320}}{16\sqrt[4]{5}}$;

Контрольные вопросы:
1.Свойства корней. 2 Каким должно быть подкоренное выражение?

Самостоятельная работа по теме « Корни, степени»

Цель: повторить правила действий со степенями и корнями; уметь выполнять действия со степенями и корнями.

Задание: выполнить тест, в котором 21 задание.

Критерии оценивания: «5» - выполнено 21-20 задания; «4» - выполнено 19-18-17-16 заданий; «3» - выполнено 15-14 -13-12 заданий; «2» - выполнено менее 12 заданий. Представлено 6 вариантов, преподаватель указывает вариант.

Методические указания: использовать таблицу:

Форма выполнения задания: письменное решение упражнений в тетради. Запись задания и ответа обязательно, в скобках ответ с соответствующей буквой.

В 1. *Представьте в виде степени.*

1. $c^{\frac{1}{2}}\cdot c^{\frac{2}{3}}$ [а) $c^{\frac{3}{5}}$ б) $c^{\frac{7}{3}}$ в) $c^{\frac{7}{6}}$ г) $c^{\frac{2}{6}}$]

2. $m^{\frac{1}{3}} : m^2$ [а) $m^{\frac{1}{3}}$ б) $m^{-\frac{5}{3}}$ в) m г) $m^{\frac{7}{3}}$]

3. $(p^{-\frac{3}{4}})^{-\frac{2}{9}}$ [а) $p^{-\frac{5}{13}}$ б) $p^{-\frac{6}{36}}$ в) $p^{\frac{1}{6}}$ г) p]

4. $a^{\frac{1}{4}}\cdot\sqrt{a^{\frac{7}{6}}\cdot a^{-\frac{2}{3}}}$ [а) $a^{\frac{1}{16}}$ б) $a^{\frac{5}{12}}$ в) $a^{\frac{5}{4}}$ г) $a^{\frac{1}{2}}$]

Представьте в виде корня.

5. $m^{\frac{2}{3}}\cdot m^2$ [а) $\sqrt[3]{m^8}$ б) $\sqrt[4]{m^3}$ в) $\sqrt[8]{m^3}$ г) $\sqrt[3]{m^4}$]

6. $8{,}5^{0,6}$ [а) $\sqrt[3]{8{,}5^5}$ б) $\sqrt[5]{8{,}5^3}$ в) $\sqrt[6]{8{,}5^3}$ г) $\sqrt[8]{0{,}6^5}$]

Вычислите.

7. $\sqrt[3]{27\cdot125\cdot8}$ [а) 15 б) 30 в) 60 г) 10]

8. $\sqrt[5]{\frac{243}{32}}$ [а) 1,5 б) $\frac{2}{3}$ в) 2,5 г) 0,4]

9. $(3\frac{3}{8})^{\frac{4}{3}}$ [а) $-\frac{16}{81}$ б) $1\frac{4}{11}$ в) $3\frac{1}{2}$ г) $\frac{81}{16}$]

10. $10^{\frac{2}{5}}\cdot10^{\frac{1}{2}}\cdot10^{0,1}$ [а) $10^{3,1}$ б) $10^{\frac{3}{20}}$ в) 10 г) $10^{\frac{3}{10}}$]

11. $(5^{-3}\cdot\frac{1}{64})^{-\frac{1}{3}}$ [а) 20 б) $\frac{4}{125}$ в) 9 г) -20]

12. $4^{0,7} : 2^{-0,6}$ [а) $2^{0,1}$ б) $2^{1,3}$ в) 4 г) $4^{0,1}$]

13. $8^{\frac{1}{3}} - 8^{-\frac{2}{3}}$ [а) 0 б) $1\frac{3}{4}$ в) 4 г) 1]

14. $\sqrt[4]{2^8\cdot3^{12}}$ [а) 6^5 б) 246 в) 6 г) 108]

15. $\sqrt[3]{16}\cdot\sqrt[4]{3}\cdot\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt[4]{27}$ [а) 24 б 12 в) $\frac{1}{12}$ г) 1]

16. $\frac{\sqrt{5}-4}{\sqrt{5}+2}+6\sqrt{5}$ [а) $\sqrt{5}$ б) 5 в) 13 г) 4]

17. *Вынесите множитель из под знака корня* $\sqrt[3]{125x^3y}$, *если* $x< 0$, $y > 0$.

[а) $5xy$ б) $5x\sqrt[3]{y}$ в) $-5x\sqrt[3]{y}$ г) $-5xy$]

Упростите.

18. $(1 + c^{\frac{1}{2}})^2 - 2c^{\frac{1}{2}}$ [а) c б) $c^{\frac{1}{2}}$ в) $1+c$ г) 1]

19. $\frac{x-2}{\sqrt{x}+\sqrt{2}}$ [а) $\sqrt{x}+\sqrt{2}$ б) $\sqrt{x}$ - 2 в) x-2 г) $\sqrt{x}-\sqrt{2}$]

Найдите значение выражения.

20. $\frac{a^{0,5}-16b^{0,5}}{a^{0,25}-4b^{0,25}}$ - $4b^{0,25}$, *если a =16, b = 1.*

21. $(2,1\sqrt[4]{16\sqrt[3]{4}}+1,9\sqrt{4\sqrt[6]{4}})^{-\frac{6}{19}}$

В 2. *Представьте в виде степени.*

1. $c^3\cdot c^{\frac{5}{7}}$ [а) $c^{\frac{8}{7}}$ б) $c^{\frac{26}{7}}$ в) $c^{\frac{15}{7}}$ г) $c\frac{5}{10}$] 2. $q^{\frac{4}{7}}:q^3$ [а) $q^{\frac{1}{7}}$ б) $q^{-\frac{17}{7}}$ в) $q^{\frac{21}{7}}$ г) q]

3. $(a^{\frac{3}{2}})^{-\frac{4}{3}}$ [а) a^2 б) $a^{-\frac{1}{6}}$ в) a^{-2} г) $a^{\frac{1}{6}}$] 4. $b^{\frac{1}{8}}\cdot\sqrt[3]{b^{\frac{4}{5}}:b^{-\frac{3}{5}}}$ [а) $b^{\frac{3}{8}}$ б) $b^{-\frac{4}{7}}$ в) $b^{\frac{29}{40}}$ г) $b^{\frac{71}{120}}$]

Представьте в виде корня.

5. $m^7 : m^{\frac{2}{3}}$ [а) $\sqrt[3]{m^{19}}$ б) $\sqrt[19]{m^3}$ в) $\sqrt[3]{m^5}$ г) $\sqrt[3]{m^9}$ 6. $0,2^{0,5}$ [а) $\sqrt[5]{0,2}$ б) $\sqrt{0,2}$ в) $\sqrt{0,5}$ г) $\sqrt[0,5]{0,2}$]

Вычислите.

7. $\sqrt[4]{16\cdot81\cdot625}$ [а) 45 б) 30 в) 90 г) $\frac{1}{27}$] 8. $\sqrt[6]{\frac{64}{729}}$ [а) $\frac{2}{3}$ б) $\frac{4}{7}$ в) $\frac{3}{2}$ г) $\frac{5}{8}$]

9. $0,16^{1\frac{1}{2}}$ [а) 0,64 б)0,4 в)-0,4 г) 0,064] 10. $2^{1,3}\cdot2^{-0,7}\cdot4^{0,7}$ [а) 16 б) $\frac{1}{16}$ в) 4 г) 2]

11. $(4^{-2}\cdot\frac{1}{9})^{-\frac{1}{2}}$ [а) 12 б) $\frac{4}{9}$ в) $\frac{4}{81}$ г) -12] 12. $3\cdot9^{0,4}\cdot3^{\frac{1}{5}}$ [а) $\frac{1}{9}$ б) $3^{1,5}$ в) 9 г) $\frac{1}{3}$]

13. $\frac{100^{-\frac{1}{2}}}{0,1}$ [а) 1 б) 0,1 в) 100 г) 10] 14. $\sqrt[5]{2^{10}\cdot3^{15}}$ [а) $\frac{1}{64}$ б) 64 в) 108 г)36]

15. $\sqrt[3]{25}\cdot\sqrt[4]{9}\cdot\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[4]{9}$ [а) $\frac{1}{9}$ б) 15 в) -180 г) - $\frac{1}{9}$] 16. $((4\frac{17}{27})^{\frac{2}{3}}+\frac{2}{9})^4$ [а) 4 б)27 в) 81 г) 17]

17. *Вынесите множитель из под знака корня* $\sqrt[5]{-32x^5y^{10}}$, *если x<0, y>0.*

[а) $-2x\sqrt[5]{y^2}$ б) $-2xy^2$ в) $2xy^2$ г) $2x\sqrt[5]{y^2}$]

Упростите.

18. $(m^{\frac{1}{4}}-m^{\frac{1}{3}})^2+2m^{\frac{7}{12}}$ [а) $m^{\frac{1}{2}}$ б) $m^{\frac{1}{2}}+m^{\frac{2}{3}}$ в) $m^{\frac{1}{2}}-m^{\frac{2}{3}}$ г) m]

19. $\frac{p^{\frac{1}{2}}-5}{p-25}$ [а) p-5 б) $p^{\frac{1}{2}}$-5 в) p+5 г) $\frac{1}{p^{\frac{1}{2}}-5}$]

Найдите значение выражения

20. $\frac{a^{1,5}+27b^{1,5}}{a-3a^{1/2}b^{1/2}+9b}-2b^{1/2}$, *если a = 9, b = 16*

21. $(1,5\sqrt[3]{25\sqrt{5}}+3,5\sqrt{5\sqrt[3]{25}})^{--\frac{6}{11}}$

В 3. *Представьте в виде степени.*

1. $a^{\frac{3}{7}}\cdot a^4$ [а) $a^{\frac{4}{7}}$ б) $a^{\frac{31}{7}}$ в) a г) $a^{\frac{12}{7}}$] 2. $b^2:b^{\frac{5}{8}}$ [а) $b^{\frac{10}{8}}$ б) $b^{\frac{7}{8}}$ в) $b^{\frac{11}{8}}$ г) b]

3. $(m^{-\frac{7}{8}})^{\frac{16}{7}}$ [а) m^{-9} б) $m^{\frac{23}{15}}$ в) m^{-2} г) m^2] 4. $n^{\frac{1}{3}}\cdot\sqrt{n^{\frac{2}{3}}:n^{-\frac{3}{4}}}$ [а) $n^{\frac{25}{24}}$ б) n^2 в) $n^{-\frac{1}{2}}$ г) $n^{\frac{7}{4}}$]

Представьте в виде корня.

5. $x^4 \cdot x^{-\frac{1}{3}}$ [а) $\sqrt[3]{x^{11}}$ б) $\sqrt[11]{x^3}$ в) $\sqrt[4]{x^{-3}}$ г) $\sqrt[3]{x^4}$] 6. $p^{5\frac{1}{2}}$ [а) $\sqrt[5]{p^{11}}$ б) $\sqrt{p^{11}}$ в) $\sqrt[5]{p^2}$ г) $\sqrt{p^5}$]

Вычислите .

7. $\sqrt[4]{24 \cdot 54}$ [а) 12 б) 6 в) 18 г) 9] 8. $\sqrt[4]{\frac{125}{0,2}}$ [а) 5 б) $\frac{1}{5}$ в) 1,5 г) 8]

9. $0,001^{\frac{2}{3}}$ [а) 0,1 б) $\frac{1}{1000}$ в) -0,1 г)0,01] 10. $25^{0,3} \cdot 5^{1,4} \cdot 625^{0,25}$ [а) 25 б) $\frac{1}{125}$ в) 125 г) 625]

11. $(7^{-4} \cdot \frac{16}{81})^{\frac{1}{4}}$ [а) $\frac{2}{21}$ б) $\frac{3}{42}$ в) $\frac{7}{21}$ г) $4\frac{2}{3}$] 12. $4^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{1\frac{2}{3}} : 4^{-\frac{1}{3}}$ [а) 32 б) 8 в)64 г) 128]

13. $125^{-\frac{1}{3}} + (\frac{5}{4})^{-1}$ [а)5,8 б)1 в) -1 г) 0,5] 14. $\sqrt[3]{7^3 \cdot 2^6 \cdot 3^6}$ [а) $\frac{1}{42}$ б) 42 в) 252 г) 126]

15. $\sqrt[5]{16} \cdot \sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[5]{2} \cdot \sqrt[3]{4}$ [а) 16 б)8 в)6 4 г) $\frac{1}{16}$]

16. $(\frac{9}{\sqrt{7}+2} + \frac{12}{\sqrt{7}-1} - \frac{12}{3-\sqrt{7}})(22-\sqrt{7})$ [а) 7 б)-477 в)1 г)12]

17. *Вынесите множитель из под знака корня* $\sqrt[7]{128x^7y^{14}}$, *если x< 0, y> 0.*

[а) $2x\sqrt[7]{y^2}$ б) $-2x\sqrt{y^2}$ в) $-2xy^2$ г) $2xy^2$]

Упростите.

18. $\frac{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}{a-b}$ [а)$a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}$ б)$a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}$ в) $\frac{1}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}$ г) a-b]

19. $(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}})^2 + 2x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$ [а) x - y б) x + y в)x g г)2xy]

Найдите значение выражения

20. $\frac{7-x}{4\sqrt{x+2}-12} + 0,25\sqrt{x+2}$, *если x=1,25*

21. $(0,3\sqrt[4]{27\sqrt{3}} + 2,7\sqrt{3\sqrt[4]{27}})^{\frac{16}{15}}$

В 4. *Представьте в виде степени.*

1. $a^{\frac{3}{8}} \cdot a^{\frac{4}{12}}$ [а) $a^{\frac{7}{20}}$ б) $a^{\frac{17}{24}}$ в) $a^{-\frac{1}{12}}$ г) a] 2. $y^7 : y^{\frac{3}{4}}$ [а) $y^{\frac{25}{4}}$ б) y в) $y^{\frac{4}{25}}$ г) y^7]

3. $(c^{-\frac{3}{4}})^{1\frac{1}{2}}$ [а) $c^{\frac{6}{4}}$ б) $c^{-\frac{9}{8}}$ в) $c^{-\frac{1}{2}}$ г) $c^{\frac{1}{2}}$] 4. $c^{\frac{5}{16}}\sqrt[4]{c^3 : c^{\frac{1}{4}}}$ [а) $c^{\frac{1}{2}}$ б) $c^{-\frac{3}{4}}$ в) $c^{\frac{3}{4}}$ г) c]

Представьте в виде корня.

5. $z^{\frac{1}{5}} : z^{\frac{1}{2}}$ [а) $\sqrt[3]{z^{10}}$ б) $\sqrt[10]{z}$ в) $\sqrt[10]{z^{-3}}$ г) $\sqrt[10]{z^7}$] 6. $y^{0,25}$ [а) $\sqrt{y^4}$ б) $\frac{1}{\sqrt[4]{y}}$ в) $\sqrt{y}$ г) $\sqrt[4]{y}$]

Вычислите.

7. $\sqrt[3]{24 \cdot 9}$ [а) 12 б) 18 в)6 г) 3] 8. $\sqrt[4]{\frac{256}{625}}$ [а) $\frac{4}{5}$ б) $-\frac{4}{5}$ в) $\frac{5}{4}$ г) 1]

9. $64^{-1,5}$ [а) $\frac{1}{512}$ б) -512 в)8 г) 512] 10. $3^{1,4} : 9^{0,2}$ [а) 9 б) $3^{1,2}$ в)3 г) $9^{1,2}$]

11. $(2^{\frac{3}{4}})^{\frac{5}{4}} \cdot (\sqrt[4]{2})^{\frac{17}{4}}$ [а) $\frac{1}{8}$ б) 8 в) 256 г)4] 12. $5^{\frac{1}{3}} \cdot 25^{\frac{1}{4}} \cdot 125^{\frac{1}{18}}$ [а) 125 б) $\frac{1}{125}$ в) 5 г) $\frac{1}{5}$]

13. $64^{\frac{1}{3}} - 25^{-\frac{1}{2}}$ [а) -1 б) $3\frac{4}{5}$ в)$-4\frac{7}{8}$ г) 2] 14. $\sqrt{2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^2}$ [а) 36 б) $\frac{1}{6}$ в) 216 г) 360]

15. $\sqrt[5]{2}\cdot\sqrt[4]{27}\cdot\sqrt[5]{16}\cdot\sqrt[4]{3}$ *[а) 18 б) 6 в) 9 г)* $\frac{1}{12}$*]* 16. $(\sqrt{(\sqrt{2}-\frac{3}{2})^2}-\sqrt[3]{(0,5-\sqrt{2})^3}$ *[а)- 1 б)1 в)0,5 г)2]*

17. *Вынесите множитель из под знака корня* $\sqrt[7]{128b^9a^{14}}$ *, если b< 0, a > 0.*

[а) $2ab\sqrt[7]{2}$ *б)* $-2ba^2\sqrt[7]{b}$ *в)* $2a^2b\sqrt[7]{b^2}$ *г)* $-2a^2b\sqrt[7]{b^2}$ *]*

Упростите.

18. $(a^{\frac{1}{2}}-1)\cdot(a^{\frac{1}{2}}+1)+1$ *[а) 1 б) a - 1 в)a г) a + 1]*

19. $(x^{\frac{1}{3}}-3)\cdot(x^{\frac{1}{3}}+3)$ *[а) x - 9 б)* $x^{\frac{2}{9}}$ *- 9 в)x - 3 г)*$x^{\frac{2}{3}}$*- 9]*

Найдите значение выражения.

20. $$\frac{4\cdot\sqrt{4x^2-12x+9}}{3-2x}+\frac{9\cdot\sqrt{x^2-10x+25}}{5-x}-\frac{\sqrt{45x-9x^2-54}}{\sqrt{5x-6-x^2}}$$

21. $(2,2\sqrt{36\sqrt{6}}+3,8\sqrt[4]{36\sqrt{6^6}})^{-\frac{4}{9}}$

В 5 . *Представьте в виде степени.*

1. $m^{\frac{1}{7}}\cdot m^{\frac{6}{7}}$ *[а)* $\frac{1}{m}$ *б)* $m^{-\frac{5}{7}}$ *в)m г)* m^2 *]*

2. $a^{\frac{1}{7}}:a^{\frac{4}{5}}$ *[а)* $a^{-\frac{23}{35}}$ *б)* $a^{\frac{5}{12}}$ *в)* $a^{\frac{4}{35}}$ *г)* $a^{\frac{3}{2}}$*]*

3. $(m^{-\frac{3}{4}})^{\frac{16}{9}}$ *[а)* $m^{\frac{13}{5}}$ *б)* $m^{\frac{19}{13}}$ *в)* $m^{--\frac{4}{3}}$ *г)* $\frac{1}{m^{\frac{3}{4}}}$ *]*

4. $y^{\frac{3}{4}}\cdot\sqrt{y^{\frac{5}{7}}:y^{\frac{1}{7}}}$ *[а)* $y^{\frac{7}{8}}$ *б)* $y^{\frac{5}{4}}$ *в)* $y^{\frac{29}{28}}$ *г)* $y^{\frac{37}{28}}$*]*

Представьте в виде корня.

5. $m^3:m^{\frac{1}{7}}$ *[а)* $\sqrt[7]{m^2}$ *б)* $\sqrt[4]{m^7}$ *в) m г)* $\sqrt[7]{m^{20}}$ *]* 6. $3,2^{0,2}$*[а)* $\sqrt[10]{3,2}$ *б)* $\sqrt[2]{3,2^{10}}$ *в)* $\sqrt[5]{3,2}$ *г)* $\sqrt[0,2]{3,2}$ *]*

Вычислите.

7. $\sqrt[5]{48\cdot162}$ *[а) 12 б)* $\frac{1}{12}$ *в)6 г) 128]*

8. $\sqrt[4]{\frac{81}{625}}$ *[а)* $\frac{3}{25}$ *б)* $\frac{3}{4}$ *в) 0,6 г)* $\frac{5}{3}$ *]*

9. $0,16^{1\frac{1}{2}}$ *[а)* $\frac{1}{64}$ *б) 0,064 в) 0,25 г) 0,64]*

10. $7^{\frac{1}{12}}\cdot7^{-\frac{3}{4}}:7^{\frac{1}{3}}$ *[а) 7 б) 49 в)* $\frac{1}{7}$ *г)* $7^{\frac{1}{3}}$*]*

11. $(5^{\frac{1}{6}}\cdot(\frac{1}{49})^{-\frac{1}{4}})^6$ *[а) 35 б) 1715 в) 345 г)*$\frac{1}{35}$*]*

12. $16^{\frac{1}{3}}\cdot8^{-\frac{1}{3}}\cdot2^{-\frac{1}{3}}$ *[а) 4 б)* $\frac{1}{16}$ *в) 1 г) 64]*

13. $9^{\frac{3}{2}}+64^{-\frac{1}{3}}$ *[а) 11 б)* $36\frac{1}{2}$ *в)* $27\frac{1}{4}$ *г) 7]*

14. $\sqrt[5]{2^{10}\cdot7^5\cdot3^{15}}$ *[а) 756 б) 42 в) 1250 4) 84]*

15. $\sqrt[4]{27}\cdot\sqrt[3]{25}\cdot\sqrt[4]{3}\cdot\sqrt[3]{5}$ *[а) 3 б) 225 в) 0,2 г)15]* 16.$(\frac{14}{\sqrt{3}-1}-6\sqrt{3})\cdot(\sqrt{3}-7)$*[а) 14 б) – 46 в)- 3 г)3*

17.*Вынесите множитель из под знака корня* $\sqrt[5]{-64m^6n^{16}}$ *, если m >0, n > 0.*

[а) $-2mn^3\sqrt{mn}$*; б)* $-2mn^3\sqrt[5]{2mn}$ *; в)* $2mn^3\sqrt[5]{2mn}$ *; г)* $-2mn\sqrt[5]{2mn}$ *]*

Упростите.

18. $\sqrt{b}+\sqrt{c}-(b^{\frac{1}{4}}+c^{\frac{1}{4}})^2$ *[а)* $\sqrt{b}\sqrt{c}$*; б)* $2b^{\frac{1}{4}}c^{\frac{1}{4}}$ *; в) bc; г)* $-2b^{\frac{1}{4}}c^{\frac{1}{4}}$*]*

19. $\frac{y-x}{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}}$ *[а)*$y^{\frac{1}{2}}-x^{\frac{1}{2}}$*; б)y- x; в) x-y ; г)*$\frac{1}{y^{\frac{1}{2}}-x^{\frac{1}{2}}}$*]*

Найдите значение выражения.

20. $\frac{1-\sqrt{2-x}}{2-x-\sqrt{2-x}}$*, если x = 1,75*

21. $(1{,}1\ \sqrt{8\sqrt{2}}+0{,}9\sqrt{4\sqrt{8}})^{\frac{12}{11}}$

В 6 *Представьте в виде степени.*

1. $b^7 : b^{\frac{4}{5}}$ [а) $b^{\frac{11}{5}}$ б) $b^{\frac{3}{5}}$ в) $b^{\frac{31}{5}}$ г) b]   2. $y^{\frac{1}{3}}\cdot y^{\frac{2}{7}}$ [а) $y^{\frac{3}{10}}$ б) $y^{\frac{2}{21}}$ в) $y^{\frac{13}{7}}$ г) $y^{\frac{13}{21}}$]

3. $(a^{-\frac{3}{4}})^{\frac{20}{9}}$ [а) $a^{\frac{17}{5}}$ б) $a^{-\frac{5}{3}}$ в) $a^{-\frac{23}{13}}$ г) a]   4. $n^{\frac{1}{7}}\cdot\sqrt{n^{\frac{2}{7}} : n^{\frac{1}{14}}}$ [а) $n^{\frac{3}{21}}$ б) $n^{\frac{1}{4}}$ в) $n^{\frac{5}{14}}$ г) $\frac{1}{n}$]

Представьте в виде корня.

5. $x^{\frac{3}{7}} : x^{-\frac{1}{14}}$ [а) $\sqrt[14]{x^3}$ б) $\sqrt{x}$ в) $\sqrt[14]{x^7}$ г) $\sqrt[7]{x^3}$]   6. $b^{1,5}$ [а) $\sqrt[3]{b^2}$ б) $\sqrt[5]{b}$ в) $\sqrt{b^3}$ г) $\sqrt{b^{-3}}$]

Вычислите.

7. $\sqrt[3]{80\cdot 100}$ [а) 20 б) 200 в) $\frac{1}{20}$ г) 40]   8. $\sqrt[6]{\frac{16}{0{,}25}}$ [а) 0,5 б)-0,5 в) 2 г) -2]

9. $9^{2\frac{1}{2}}$ [а) 81 б) 243 в) $\frac{1}{81}$ г) 32]   10. $3^{\frac{2}{5}}\cdot 3^{\frac{1}{2}}\cdot 3^{0,1}$ [а) 27 б) 9 в) $\frac{1}{3}$ г) 3]

11. $(\frac{1}{16}\cdot 81^{-1})^{-\frac{1}{4}}$ [а) 6 б) $\frac{9}{4}$ в) $\frac{1}{6}$ г) 1,5]   12. $9^{0,7} : 3^{-0,6}$ [а) $\frac{1}{9}$ б) 18 в) 9 г) 27]

13. $27^{-\frac{2}{3}}-27^{\frac{2}{3}}$ [а) $\frac{1}{27}$ б) $1\frac{6}{7}$ в) $-8\frac{8}{9}$ г) $\frac{80}{9}$]   14. $\sqrt[3]{5^6\cdot 2^9\cdot 6^3}$ [а) 60 б) 1200 в) 560 г) 120]

15. $\sqrt[6]{32}\cdot\sqrt{12}\cdot\sqrt[6]{2}\cdot\sqrt{3}$ [а) 46 б) 12 в) $\frac{1}{36}$ г) 18] 16. $(\frac{12}{\sqrt{3}-1}-7)(6\sqrt{3}+1)$ [а) 3 б) 12 в)107 г) 6]

17. Вынесите множитель из под знака корня $\sqrt[3]{625x^3y^6}$, если $x > 0$, $y > 0$.

[а) $5xy^2$ б) $5xy\sqrt[3]{5y}$ в) $5xy^2\sqrt[3]{5}$ г) $-5xy^2\ \sqrt{5}$]

Упростите-.

18. $(x^{\frac{1}{3}}-3)(x^{\frac{1}{3}}+3)+10$ [а) $x^{\frac{2}{3}}-9$ б) $x^{\frac{2}{3}}+1$ в) $x-9$ г) $x^{\frac{2}{9}}$]

19. $\frac{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}}{x-y}$ [а) $x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}$ б) $x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}$ в) $\frac{1}{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}}$ г) $x+y$]

Найдите значение выражения

20. $\frac{18-x}{4\sqrt{x-2}-16}+0{,}25\sqrt{x-2}$, если $x=6{,}25$ 21. $(1{,}5\ \sqrt[5]{4\sqrt[3]{16}}\ +2{,}5\ \sqrt[3]{4})^{-\frac{3}{8}}$

Контрольные вопросы:

1. Что такое степень? Основание степени, показатель?
2. Что значит корень n степени?

Самостоятельная работа по теме «Определение логарифма»

Цель: выучить наизусть определение логарифма. Уметь вычислять логарифмы, закрепляя понятие логарифма. Закрепить умения вычисления логарифмов с помощью определения; и таблицы степеней .
Задание:выполни указанные задания. Студент выбирает 1 вариант, если в групповом журнале он под нечетным номером, если он под четным номером, то необходимо выбрать вариант 2. Всего надо выполнить 10 заданий.
Критерии оценивания: «5» - выполнено 10-9 заданий; «4» - выполнено 7 - 8 заданий; «3» - выполнено 6-5 заданий; «2» - выполнено менее 5 от всего объема задания.
Методические указания: определение логарифма:

Логарифмом числа b по основанию a называется такой **показатель степени** k, в который надо возвести a, чтобы получить b, т.е.

$$\log_a b = k,\quad a^k = b.$$

Примеры: $\log_2 16 = 4$, т.к. $2^4 = 16$.
$\log_{0,3} 0{,}09 = 2$, т.к. $0{,}3^2 = 0{,}09$

Форма выполнения задания: письменно в тетради.

Вариант 1

Вычислить:
1. $\log_4 16$
2. $\log_{25} 125$
3. $\log_8 2$
4. $\log_{\frac{1}{7}} 49$
5. $\log_6 \sqrt{6}$
6. $3^{2\log_3 7}$
7. $\log_{\frac{1}{4}} \sqrt{2}$
8. $\log_9 \frac{1}{\sqrt{3}}$
9. составить свой пример, решить
10. составить свой пример, решить

Вариант 2

Вычислить:
1. $\log_3 27$
2. $\log_{49} 7$
3. $\log_4 8$
4. $\log_{\frac{1}{27}} 3$
5. $\log_5 \sqrt[3]{5}$
6. $27^{\log_3 2}$
7. $\log_{\sqrt{27}} 9$
8. $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} 2\sqrt{2}$
9. составить свой пример, решить
10. составить свой пример, решить

Контрольные вопросы:
1. Дайте определение логарифма.
2. Что называют операцией логарифмирования?
3. Почему основание логарифма не может равняться 1?
4. Почему находят логарифм только положительного числа?

Самостоятельная работа по теме «Свойства логарифмов»

Цель: знать и применять свойства логарифмов и определение. Уметь вычислять, упрощать логарифмические выражения; решать уравнения. Развить умения применять свойства логарифмов и формулу перехода к новому основанию к вычислениям и преобразованиям логарифмических выражений

Задание: выполни указанные задания. Студенту необходимо выбрать вариант, например В-6,тогда из каждого задания он выполняет задание под номером 6,всего надо выполнить 10 заданий.

Критерии оценивания: «5» - выполнено 10-9 заданий; «4» - выполнено 7 - 8 заданий; «3» - выполнено 6-5 заданий; «2» - выполнено менее 5 от всего объема задания.

Методические указания: знать определение логарифма, основные свойства

Свойства логарифмов.

$$\boxed{a^{\log_a b} = b} \qquad \boxed{a^{\log_c b} = b^{\log_c a}}$$

1) $\log_a 1 = 0.$

2) $\log_a a = 1.$

3) $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$

4) $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

5.1) $\log_a x^p = p \cdot \log_a x.$

5.2) $\log_{a^p} b = \dfrac{1}{p}\log_a b.$

6) $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

Следствия:

1) $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$

2) $\log_{a^m} b^n = \dfrac{n}{m}\log_a b.$

3) $\log_a b = \log_{a^\gamma} b^\gamma$

Форма выполнения задания: самостоятельная работа, оформленная письменно в тетради.

1. Вычислить:

1. $\log_3 9$ 3. $\log_3 \dfrac{1}{3}$ 5. $\log_3 81$ 7. $\log_{\frac{1}{3}} 27$ 9. $\log_{\frac{1}{5}} 125$

2. $\log_{\frac{1}{5}} 25$ $\log_{\frac{1}{3}} \dfrac{1}{9}$ 6. $\log_{\frac{1}{4}} 16$ 8. $\log_7 49$ 10. $\log_6 \dfrac{1}{36}$

2.Вычислить:

$\log_{27} 9$ $\log_{100} 10$ $\log_{36} 216$ $\log_{81} 9$ $\log_{343} 49$

$\log_{125} 25$ $\log_{32} 64$ $\log_{27} 81$ $\log_{1000} 100$ $\log_{32} 8$

3. Вычислить:

$\log_3 \sqrt[3]{9}$ $\log_2 \sqrt[6]{8}$ $\log_7 \sqrt[4]{49}$ $\log_2 \sqrt[5]{4}$ $\log_{10} \sqrt[6]{100}$

$\log_5 \sqrt[4]{25}$ $\log_{10} \sqrt[3]{10}$ $\log_6 \sqrt[3]{36}$ $\log_2 \sqrt[3]{32}$ $\log_9 \sqrt[3]{81}$

4. Вычислить:

$\log_4 \log_2 2^2$ 3. $\log_{25} \log_6 6^5$ $\log_9 \log_8 8^3$ $\log_{16} \log_6 6^4$

$\log_{49} \log_3 3^7$ 4. $\log_{81} \log_2 2^9$ $\log_{27} \log_9 9^3$ $\lg \log_5 5^{10}$

$\log_4 \log_2 2^4$ 10. $\log_4 \log_2 2^4$

5. Вычислить:

$\log_{\frac{1}{7}} 245 + \log_{\frac{1}{7}} \dfrac{1}{5}$ $\log_{\frac{1}{5}} \dfrac{1}{10} + \log_{\frac{1}{5}} 250$

$\log_2 15 - \log_2 \frac{15}{16}$ $\log_3 6 - \log_3 \frac{2}{3}$

$\log_3 54 + \log_3 \frac{1}{2}$ $\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{225} + \log_{\frac{1}{5}} 9$

$\log_3 108 - \log_3 4$ $\log_3 0{,}09 + \log_3 100$

$\log_8 \frac{1}{16} - \log_8 32$ $\log_{0,3} 9 - \log_{0,3} 100$

6. Вычислить:

$5^{-2\log_5 7}$ $6^{-3\log_6 2}$ $9^{-\log_9 11}$ $4^{2\log_4 3}$ $2^{3\log_2 6}$

$7^{-2\log_7 8}$ $9^{-4\log_9 3}$ $5^{2\log_5 7}$ $6^{-3\log_6 10}$ $10^{2\log_{10} 5}$

7. Доказать тождество:

$\log_2 12 + \log_2 6 - \log_2 18 = 2$ $\log_6 8 - \log_6 2 + \log_6 9 = 2$

$\log_2 6 + \log_2 3 - \log_2 9 = 1$ $\log_7 6 - \log_7 14 - \log_7 21 = -2$

$\log_5 8 - \log_5 2 + \log_5 \frac{25}{4} = 2$ $\lg 8 + \lg 2 + \lg \frac{25}{4} = 2$

$\log_5 2 - \log_5 4 + \log_5 50 = 2$ $\log_3 36 - \log_3 20 + \log_3 45 = 4$

$\log_4 20 - \log_4 15 + \log_4 12 = 2$ $\log_2 18 - \log_2 6 - \log_2 12 = -2$

8. Найти значение выражения:

$\log_7(49a)$, если $\log_7 a = -8{,}6$. $\log_2(16a)$, если $\log_2 a = -3$

$\log_4(64c)$, если $\log_4 c = -3{,}5$. $\log_8(64c)$, если $\log_8 c = 5$

$\log_5 b^4$, если $\log_5 b = 5$ $\log_7 \frac{7}{a}$, если $\log_7 a = -6$

$\log_6 \frac{36}{a}$, если $\log_6 a = -6$ $\log_5 \frac{125}{c}$, если $\log_5 c = 9$

$\log_5(125d)$, если $\log_5 d = -3{,}1$. $\log_{10} \frac{0{,}01}{n}$, если $\log_{10} n = 1$

9. Прологарифмировать выражение:

$\frac{16a^2}{c}$ по основанию 2 $\frac{16}{n^7 \cdot m}$ по основанию 4

$\frac{27a}{n^3}$ по основанию 3 $\frac{8a^4}{n}$ по основанию 2

$\frac{125a^6}{m}$ по основанию 5 $\frac{k \cdot a^{-1}}{64}$ по основанию 8

$\frac{81}{a \cdot n^3}$ по основанию 3 $\frac{9c}{n^{-3}}$ по основанию 9

$\frac{c \cdot a^{-3}}{36}$ по основанию 6 $\frac{c^3}{100 \cdot n^2}$ по основанию 10

10. Найти **X** по данному его логарифму (a>0,m>0,c>0,h>0,n>0,k>0):

$\log_2 x = \frac{1}{5}\log_2 a - \log_2 m + 2$

$\log_3 x = 3 - \frac{1}{2}\log_3 a - \log_3 m$

$\log_5 x = \log_5 a + 2\log_5 m - 2$

$\log_2 x = 2 + \frac{1}{2}\log_2 c - \log_2 n$

$\log_2 x = 3 - \frac{1}{6}\log_2 h + \log_2 m$

$\log_4 x = \frac{1}{3}\log_4 a - 2 + 2\log_4 m$

$\log_6 x = \log_6 a - 3\log_6 m - 1$

$\log_7 x = \frac{1}{3}\log_7 a - \log_7 c - 2$

$\log_8 x = \frac{1}{9}\log_8 k - \log_8 m - 1$

$\log_3 x = 1 + \frac{1}{6}\log_3 a + \log_3 c$

Контрольные вопросы:

1.Что такое логарифм?
2. Что такое логарифмирование?
3.Основное логарифмическое тождество?
4. Почему находят логарифм только положительного числа?

ТЕМА 1.3. ФУНКЦИИ. ИХ СВОЙСТВА И ГРАФИКИ.

Самостоятельная практическая работа по теме: «Преобразование графиков функций».

Цель: Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Построение графика функции y = kf(mx b) + a по заданному графику элементарной функции y = f(x)».

2 Закрепить и систематизировать знания по теме.

Задания:выполнить №1-№5.Ответить на вопросы.

Критерии оценивания: Работа состоит из двух частей: первая часть задания 1 – 5, это задания которые обязательно нужно выполнить, чтобы получить зачет, если эти задания выполнены с ошибкой, необходимо их исправить и снова сдать работу на проверку. Вторая часть, содержит задания, выполнив которые, вы можете заработать дополнительную оценку: основная часть +2 задания – «4», основная часть +3 задания – «5».

Методические указания:

Работа рассчитана на 10 вариантов, номер варианта совпадает с последней цифрой порядкового номере в списке. Например, 1, 11, 21, 31 …выполняют 1 вариант, 2,12, 22 … - 2 вариант, и т.д.

Форма выполнения задания: письменно в тетради, построение графиков с помощью карандаша и линейки

Задание 1.Методические указания: графиком линейной функции является прямая, для ее построения достаточно двух точек. (значения аргумента x берем произвольно, а значение функции y, считаем подставляя в формулу).

Чтобы проверить проходит ли график функции через указанную точку нужно координаты точки подставить вместо x и y, если получили верное равенство, то прямая проходит через указанную точку, в противном случае – не проходит.

Задание *2, 3, 4.* Методические указания: Графики указанных функций получаются из графиков функций $y = x^2$, $y = x^3$ $y = \sqrt{x}$ используя сдвиг вдоль оси x или y.

$y = \pm(x \pm а)^2 \pm в$, сначала строим график функции $y = x^2$ или $y = -x^2$, затем сдвигаем его на «а» единиц вправо или влево (+а – влево, - а вправо), затем сдвигаем на «в» единиц вверх или вниз (+в – вверх, -в – вниз)

Аналогично с другими функциями:

Задание *5.* Методические указания: Чтобы построить график функции: $y = |f(x)|$, нужно: 1) построить график функции $y = f(x)$, 2) часть графика которая находится выше оси x оставить без изменения, 3) часть графика, которая находится ниже оси x зеркально отобразить.

Задачи для самостоятельного решения.

Обязательная часть

Задание 1. Постройте график линейной функции, определите, проходит ли график функции через указанную точку:

1. $y = \frac{1}{2}x - 6$, A(42 ;26)
2. $y = \frac{1}{2}x - 2$, B(42;19)
3. $y = -\frac{1}{3}x + 5$. C(-33;6)
4. $y = -2x - 3$ D(-40;77)
5. $y = 4 - 3x$, M(20;64)
6. $y = -\frac{1}{2}x + 2$ E(-20;8)
7. $y = \frac{1}{3}x - 2$,F(60;18)
8. $y = 3x - 4$, K(-30;86)
9. $y = 2x - 5$, Z(-21;-47)
10. $y = \frac{1}{2}x + 3$, N(-50;-22)

Задание 2. Постройте график квадратичной функции, укажите множество значений данной функции.

1. $y=(x-3)^2-2$
2. $y=-(x+3)^2-2$
3. $y=-(x+4)^2+5$
4. $y=(x-4)^2-7$
5. $y=(x+2)^2+1$
6. $y=-(x+5)^2-1$
7. $y=(x-6)^2-5$
8. $y=(x+4)^2-1$
9. $y=-(x+2)^2+8$
10. $y=-(x-1)^2+4$

Задание 3. Постройте график функции, определите, возрастает или убывает указанная функция.

1. $y=-x^3-1$
2. $y=-(x+2)^3$
3. $y=x^3+2$
4. $y=-(x-4)^3$
5. $y=x^3+1$
6. $y=(x-2)^3$
7. $y=-x^3+3$
8. $y=-(x-1)^3$
9. $y=(x+1)^3$
10. $y=x^3-2$

Задание 4. Постройте график функции, ответьте на вопрос задачи.

1. $y=\sqrt{x+2}-1$, укажите наименьшее значение функции.
2. $y=\sqrt{x-1}+2$, укажите наименьшее значение функции.
3. $y=\sqrt{x+3}+1$, укажите наименьшее значение функции.
4. $y=\sqrt{x-4}-2$, укажите наименьшее значение функции.
5. $y=-\sqrt{x+1}-1$, укажите наибольшее значение функции.
6. $y=-\sqrt{x-2}+1$, укажите наибольшее значение функции.
7. $y=-\sqrt{x+5}+2$, укажите наибольшее значение функции.
8. $y=-\sqrt{x-2}-4$, укажите наибольшее значение функции.
9. $y=\sqrt{x+6}+3$, укажите наименьшее значение функции.
10. $y=-\sqrt{x-2}-1$, укажите наибольшее значение функции.

Задание 5. Постройте график функции, содержащей знак модуля.

1. $y=\left|1-\frac{1}{4}x\right|$
2. $y=\left|\frac{1}{2}x-4\right|$
3. $y=\left|3-\frac{1}{2}x\right|$
4. $y=\left|1-\frac{1}{3}x\right|$
5. $y=\left|\frac{1}{3}x-1\right|$
6. $y=\left|1-\frac{1}{4}x\right|$
7. $y=\left|\frac{1}{5}x+1\right|$
8. $y=\left|\frac{1}{2}x+1\right|$
9. $y=\left|2-\frac{1}{3}x\right|$
10. $y=\left|\frac{1}{2}x+2\right|$

Задачи на дополнительную оценку.Задание 6. Постройте график функции, заданной кусочно, определите, есть ли точка разрыва у данной функции:

1. $y=\begin{cases}-x^2, & если \quad x\ge 1\\ 3x, & если \quad x<1\end{cases}$
2. $y=\begin{cases}x^2, & если \quad x\ge -1\\ -x, & если \quad x<-1\end{cases}$
3. $y=\begin{cases}-x^2, & если \quad x\le 4\\ \sqrt{x}, & если \quad x>4\end{cases}$
4. $y=\begin{cases}x^2, & если \quad x>-2\\ x+2, & если \quad x\le -2\end{cases}$
5. $y=\begin{cases}x^3, & если \quad x\ge 1\\ -2x, & если \quad x<1\end{cases}$
6. $y=\begin{cases}-x^2+4, & если \quad x\le -1\\ x+4, & если \quad x>-1\end{cases}$
7. $y=\begin{cases}\sqrt{x}, & если \quad x\ge 1\\ 3-x, & если \quad x<1\end{cases}$
8. $y=\begin{cases}x^2+1, & если \quad x\ge 2\\ 2x+1, & если \quad x<2\end{cases}$

9. $y=\begin{cases} 4-x^2, & если \quad x\le -1 \\ -3x, & если \quad x>-1 \end{cases}$

10. $y=\begin{cases} x^3, & если \quad x\ge 0 \\ 2x, & если \quad x<0 \end{cases}$

Задание 7. Определите, сколько решений имеет система уравнений, ответ обоснуйте.

1 $\begin{cases} y=3x+5 \\ y=\sqrt{x+1} \end{cases}$
2 $\begin{cases} y=-\frac{1}{2}x+4 \\ y=\sqrt{x}+2 \end{cases}$
3 $\begin{cases} y=\frac{1}{2}x-4 \\ y=\sqrt{x}-4 \end{cases}$
4 $\begin{cases} y=x+4 \\ y=\sqrt{x-2} \end{cases}$
5 $\begin{cases} y=2x-3 \\ y=\sqrt{x+3} \end{cases}$

6 $\begin{cases} y=x-5 \\ y=\sqrt{x} \end{cases}$
7 $\begin{cases} y=1+x^2 \\ y=\sqrt{x}-1 \end{cases}$
8 $\begin{cases} y=4-x^2 \\ y=2\sqrt{x} \end{cases}$
9 $\begin{cases} y=-x^2 \\ y=2\sqrt{x} \end{cases}$
10 $\begin{cases} y=x+3 \\ y=\sqrt{x} \end{cases}$

Задание 8. Постройте график по описанию.

1. Область определения: $[-7;9]$; Множество значений: $[-6;5]$; Точки пересечения с осью Х: (-2;0), (3;0), (7;0); Точка пересечения с осью У (0;-3); Точки максимума: (-5;5) и (5;2); Точка минимума: (1;-4); Дополнительные точки: (-7;3) и (9;-6).
2. Область определения: $[-2;10]$; Множество значений: $[-3;7]$; Точки пересечения с осью Х: (5;0), (9;0), Точка пересечения с осью У (0;4); Точка максимума: (3;5); Точки минимума: (1;3) (7;-3); Дополнительные точки: (-2;7) и (10;3)
3. Область определения: $[-4;8]$; Множество значений: $[-4;5]$; Точки пересечения с осью Х: (-1;0), (4;0), (7;0); Точка пересечения с осью У (0;-1,5); Точки максимума: (-3;4) и (6;5); Точка минимума: (1;-2); Дополнительные точки: (-4;2) и (8;-4)
4. Область определения: $[-10;2]$; Множество значений: $[-6;6]$; Точки пересечения с осью Х: (-9;0), (-5;0) (-2;0), (1;0)Точка пересечения с осью У (0;3); Точки максимума: (-7;3); (-1;6) Точки минимума: (-3-6); Дополнительные точки: (-10;-2) и (4;-6).
5. Область определения [-6 ;10] ; Множество значений: [-6;8] ; Точки пересечения с осью Х: (5;0), (9;0) Точка пересечения с осью У (0;6); Точка максимума: (2;7); Точки минимума: (-3;3); (7;-6); Дополнительные точки: (-6;8) и (10;2).
6. Область определения: [-6;10] ; Множество значений: [-6;8] ; Точки пересечения с осью Х: (-1;0), (2;0), (7;0) Точка пересечения с осью У (0;-1); Точки максимума: (-5;6); (5;7) Точки минимума: (1;-2); (8;-5); Дополнительные точки: (-8;3) и (10;-2).
7. Область определения: [-5;15] ; Множество значений: [-7;9] ; Точки пересечения с осью Х: (7;0), (12;0) Точка пересечения с осью У (0;2); Точка максимума: (4;6); Точки минимума: (0;2); (9;-6); Дополнительные точки: (-4;8) и (14;5).
8. Область определения: [-9;9] ; Множество значений: [-11;6] ; Точки пересечения с осью Х: (6;0), Точка пересечения с осью У (0;-9); Точка максимума: (-4;-1); Точка минимума: (2;-10);Дополнительные точки: (-8;-5) и (8;5).
9. Область определения: [-7;11] ; Множество значений:[-7;9] ; Точки пересечения с осью Х: (5;0), (9;0) Точка пересечения с осью У (0;6); Точка максимума: (2;7); Точки минимума: (-3;3); (7;-6); Дополнительные точки: (-6;8) и (10;2).
10. Область определения: [-11;7] ; Множество значений: [-5;9] ; Точки пересечения с осью Х: (5;0), Точка пересечения с осью У (0;4); Точки максимума: (-4;8); (2;6) Точка минимума: (-1;3); Дополнительные точки:(-10;2) и (6;-4).

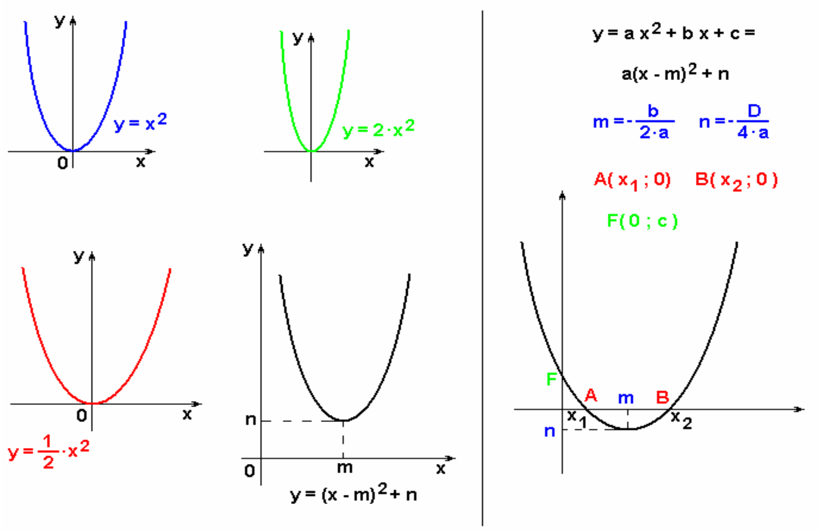
Сделайте выводы, ответив на вопросы.

1. Графики каких функций вы строили в данной работе? Как называется график линейной функции? Как называется график квадратичной функции?
2. Какие преобразования графиков вы знаете?
3. Как в системе координат располагается график четной функции? График нечетной функции?

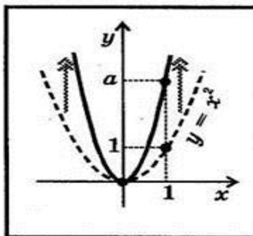
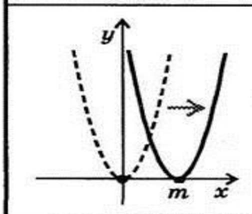
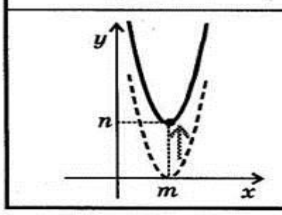
Самостоятельная работа по теме « Функции и их графики»

Цель: уметь строить графики функций с помощью преобразований; графики чертить с помощью карандаша и линейки с соблюдением принятых стандартных условных обозначений.
Задание: с помощью преобразований графиков функций построить графики заданных функций. И указать у одной из них её свойства: а) область определения; б) область значений; в) промежутки монотонности; г) точки экстремума; д) нули; е) наибольшее и наименьшее значение. Студент выполняет вариант соответствующий номеру в журнале: нечетные- 1 вариант, четные -2 вариант.
Критерии оценивания: оценка «5»-задание выполнено полностью и аккуратно, «4»-графики построены не очень аккуратно; «3»-графики не точны, построения небрежные; «2»-графики построены не правильно.
Методические указания:

График квадратичной функции



Этапы построения графика функции $y = a(x - m)^2 + n$:

	1. *Растяжение* графика $y = x^2$ вдоль оси y в $\lvert a\rvert$ раз (при $\lvert a\rvert < 1$ — это сжатие в $1/\lvert a\rvert$ раз). Если $a < 0$, произвести, кроме того, зеркальное отражение графика относительно оси x (ветви параболы будут направлены вниз). *Результат:* график функции $y = ax^2$.
	2. *Параллельный перенос* графика функции $y = ax^2$ вдоль оси x на $\lvert m\rvert$ (вправо при $m > 0$ и влево при $m < 0$). *Результат:* график функции $y = a(x - m)^2$.
	3. *Параллельный перенос* графика функции $y = a(x - m)^2$ вдоль оси y на $\lvert n\rvert$ (вверх при $n > 0$ и вниз при $n < 0$). *Результат:* график функции $y = a(x - m)^2 + n$.

Форма выполнения задания: построение графика на формате А-4

Вариант 1.

Постройте в одной и той же системе координат графики функций

$y=2x^2$; $y=2x^2+4$; $y=2(x-3)^2$; $y=2(x+2)^2-3$. Для удобства координаты соответствующих точек можно записывать в таблицу.

x									
у									

Вариант 2.

Постройте в одной и той же системе координат графики функций

$y=-x^2$; $y=-x^2+3$; $y=-(x-2)^2$; $y=-(x+2)^2-1$.

x									
у									

Контрольные вопросы:

1.Что такое абсцисса?

2.Что такое ордината?

Самостоятельная работа по теме « Функции. Их свойства и графики»

Цель: уметь строить графики функций с помощью преобразований; описывать свойства по графику. Графики чертить с помощью карандаша и линейки с соблюдением принятых стандартных условных обозначений.

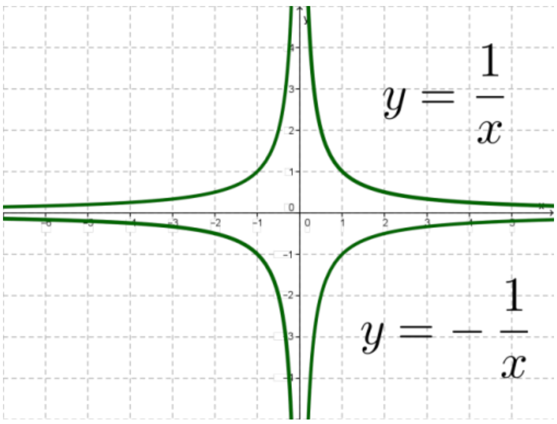
Задание: с помощью преобразований графиков функций построить графики заданных функций и указать у одной из них её свойства: а) область определения; б) область значений; в) промежутки монотонности; г) точки экстремума; д) нули; е) наибольшее и наименьшее значение. Студент выполняет вариант соответствующий номеру в журнале

Критерии оценивания: оценка «5»-задание выполнено полностью и аккуратно, «4»-графики построены не очень аккуратно, описаны свойства не точно или не все; «3»-графики не точны, построения небрежные, свойства описаны не точно; «2»-графики построены не правильно.

Методические указания: график функции $y=1/x$, эту линию называют гиперболой.

Рассмотрим теперь случай, когда $k<0$; пусть, например, $k=-1$. Построим график функции $y=1/x$ (здесь $k=-1$).

График функции $y=-f(x)$ симметричен графику функции $y=f(x)$ относительно оси x . В частности, это значит, что график функции $y=-1/x$ симметричен графику $y=1/x$ относительно оси абсцисс. Таким образом мы получим гиперболу, ветви которой расположены во втором и четвёртом координатных углах.



Свойства:

1.Область определения функции: R, кроме x=0.

2. y>0 при x<0; y<0 при x>0.

3. Функция возрастает на промежутках (−∞;0) и (0;+∞).

4. Функция не ограничена ни снизу, ни сверху.

5. Наименьшего и наибольшего значений у функции нет.

6. Функция непрерывна на промежутках (−∞;0) и (0;+∞) и имеет разрыв при x=0.

7. Область значений функции — объединение двух открытых лучей (−∞;0)∪(0;+∞).

Форма выполнения задания: построение графика на нелинованной бумаге, формата А-4 и описание свойств функции по графику

Вариант 1 $y=-x^2+1$ $y=\frac{1}{x}-3$	**Вариант 2** $y=-(x+1)^2$ $y=\frac{1}{x-1}+2$	**Вариант 3** $y=\frac{1}{x}-1$ $y=\sqrt{x-2}$	**Вариант 4** $y=\frac{1}{x+1}-1$ $y=-\sqrt{x-1}+3$
Вариант 5 $y=(x-2)^2+1$ $y=\frac{1}{x}+2$	**Вариант 6** $y=(x+1)^2-3$ $y=\frac{1}{x-1}+2$	**Вариант 7** $y=\frac{1}{x+2}-1$ $y=5-(x+2)^2$	**Вариант 8** $y=\frac{1}{x-3}$ $y=5-(x+2)^2$
Вариант 9 $y=(x-2)^2$ $y=\frac{1}{x-1}+3$	**Вариант 10** $y=\frac{1}{x+2}$ $y=5-(x+2)^2$	**Вариант 11** $y=3-x^2$ $y=\sqrt{x-2}$	**Вариант 12** $y=5-(x+2)^2$ $y=-\frac{1}{x+2}-1$
Вариант 13 $y=\frac{1}{x}+3$ $y=(x+2)^2+1.$	**Вариант 14** $y=-\frac{1}{x+2}$ $y=2+(x+1)^2$	**Вариант 15** $y=(x+2)^2-1$ $y=\frac{1}{x-2}-3$	**Вариант 16** $y=2+(x+1)^2$ $y=\sqrt{x-2}$
Вариант 17 $y=\sqrt{x}+3$ $y=\frac{1}{x-4}-4$	**Вариант 18** $y=\frac{1}{x-2}+3$ $y=-(x-2)^2+1$	**Вариант 19** $y=-\sqrt{x}+3$ $y=\frac{1}{x}+3$	**Вариант 20** $y=\frac{1}{x+1}-2$ $y=-\sqrt{x-1}+3$
Вариант 21 $y=-x^2-3$ $y=\frac{1}{x+1}-4$	**Вариант 22** $y=\frac{1}{x+2}-3$ $y=(x-2)^2-3$	**Вариант 23** $y=(x-3)^2$ $y=\frac{1}{x}+3$	**Вариант 24** $y=(x-5)^2+2$ $y=-\sqrt{x+3}$
Вариант 25 $y=\frac{1}{x}+2$ $y=x^2+4$	**Вариант 26** $y=(x-3)^2+1$ $y=\frac{1}{x+3}-1$	**Вариант 27** $y=2+\frac{1}{x}$ $y=2-(x-1)^2$	**Вариант 28** $y=\frac{1}{x-1}$ $y=3-(x+2)^2$

Контрольные вопросы:

1.Что такое парабола?

2.Что такое гипербола?

Самостоятельная работа по теме « Функции. Свойства и графики».

Цель: уметь читать и описывать свойства по графику.

Задание: выполни тест «Свойства функций»

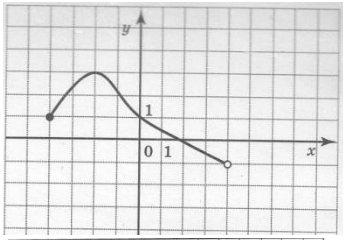
Критерии оценивания: оценка «5»- выполнено 23- 24 задания; «4»- выполнено 18-22 задания; «3»- выполнено полностью- 13-17 заданий; «2»-менее 13 заданий.

Методические указания: используй конспекты уроков, изучи материал по учебнику стр 127-129

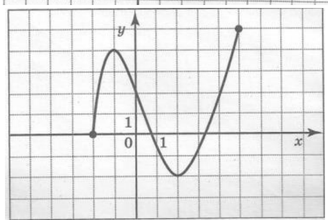
Литература: Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учеб. для студ. учреждений сред. проф. образования /М.И.Башмаков.-4-е изд., стер.-М. :Издательский центр «Академия»,2017.-256с.

Форма выполнения задания: таблица с ответами

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24

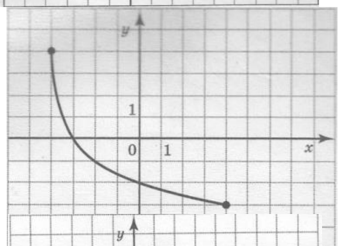


1. Указать область определения функции, заданной графиком:
   1) (2;4) 2) [-4;2] 3) (-1;3) 4) [-4;4)



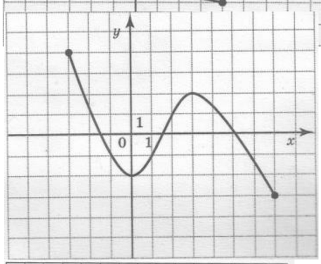
2. Найти точку максимума функции y = f(x), заданной на промежутке [-2;5] графиком:
   1) 5 2) 4 3) -1 4) 6

3. Найти множество значений функции y = sinx – 12.
   1) [11; 13] 2) [-13; -11] 3) [-12; -11] 4) R



4. Указать область значений функции, заданной графиком:

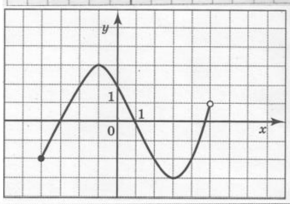
   1) [-3; 4] 2) [-3; 0] 3) [-4; -3] 4) [-4;4]



5. Найти точку минимума функции y = f(x), заданной на промежутке [-3;7] графиком:
   1) 7 2) -2 3) -3 4)0

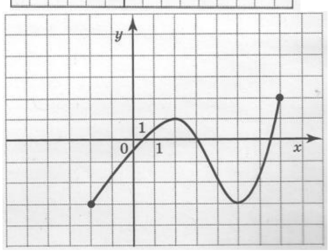
6. Найти множество значений функции y = cos3x – 10.

   1) [-11; -9] 2) [9; 11] 3) [-10; -9] 4) [-1;1]



7. Указать область определения функции, заданной графиком:

   1) [-4;- 3)U(1;4,5) 2) [-3; 1)U(4,5;5) 3) [-4; 5) 4) [-3;3]

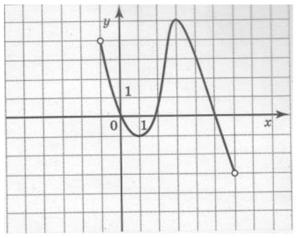


8. Найти точку минимума функции y = f(x), заданной на [-2;7] графиком:
   1) -2 2) -3 3) 5 4) 2

9. Найти множество значений функции y = sin5x +12.

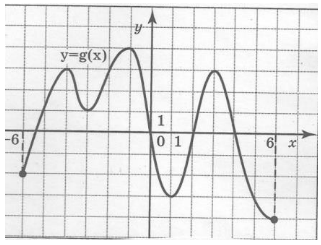
1) [11; 13] 2) [10; 13] 3) [-1; 1] 4) [10;11]

10. Указать область значений функции, заданной графиком:



1) (-1; 6) 2) (-3;4) 3) (-1; 0)U(2; 5] 4) (-3; 5]

11. Найти промежутки, в которых функция y = g(x), заданная на промежутке [-6;6] графиком, принимает положительные значения.

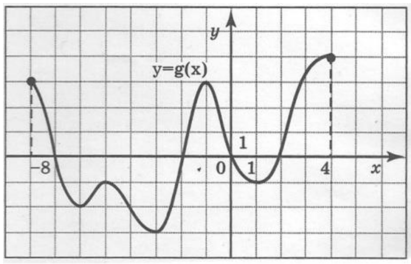


1) (-5,3; 0)U(2; 4); 2) (-4;-3)U(-1; 1)U(3; 6) ; 3) (0; 4]; 4) [-6; -4)U(-3; -1)U(1; 3)

12. Указать функцию, убывающую на всей области определения:

1) $y = 3{,}4^x$ 2) $y = \left(\frac{11}{13}\right)^{-x}$ 3) $y = 0{,}2^x$ 4) $y = \left(\frac{5}{13}\right)^{-x}$

13. Найти промежутки, в которых функция y = g(x), заданная на промежутке [-8;4] графиком, принимает отрицательные значения.

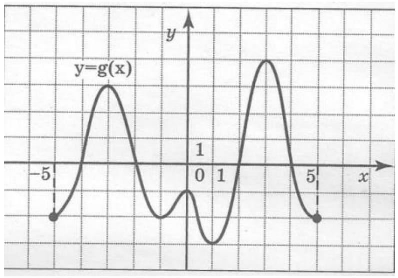


1) (-7; -2)U(0; 2) 2) [-7; -2]U[0; 2] 3) [-8;-6)U(-5 ;-3)U(-1; 1) 4) (0; 4]

14. Указать функцию, убывающую на всей области определения:

1) $y = \left(\frac{13}{15}\right)^{-x}$ 2) $y = \left(\frac{4}{11}\right)^{-x}$ 3) $y = 2{,}3^x$ 4) $y = 0{,}7^x$

15. Найти промежутки, в которых функция y = g(x), заданная на промежутке [-5;5] графиком, принимает отрицательные значения.



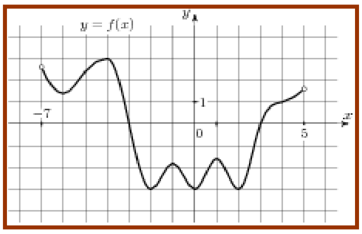
1) (-5; -4)U(-2; 2) U(4; 5) 2) [-5; -4]U[-2; 2] U[4; 5] 3) (-4;-2)U(2 ;4)

4) [-4; -2]U[2; 4]

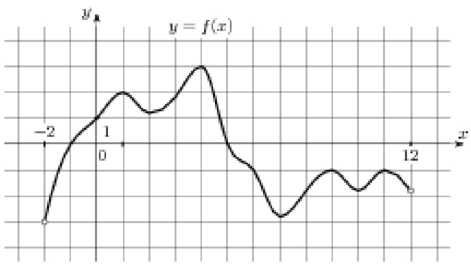
16. Указать функцию, возрастающую на всей области определения:

1) $y = \left(\frac{13}{15}\right)^{-x}$ 2) $y = 0{,}9^x$ 3) $y = \left(\frac{5}{17}\right)^{x}$ 4) $y = \left(\frac{14}{15}\right)^{-x}$

17. На рисунке изображен график функции y=f(x), определенной на интервале (-7;5). Найдите точки экстремума функции. В ответе укажите их количество.



1) 8 2) 9 3) 2 4) 7



18. На рисунке изображен график функции y=f(x) , определенной на интервале (-2; 12). Найдите сумму точек экстремума.

1) 54 2) 28 3) 7 4) 44

19. Найти множество значений функции $y = 3^x - 12$

1) (-12; +∞) 2) (0; +∞) 3) (-∞; +∞) 4) (-9; +∞)

20. Указать множество значений функции $y = 4 - 3^x$

1) (-∞; 4) 2) (-∞; 4] 3) (4; +∞) 4) [4; +∞)

21. Найти область определения функции $y = log_5(-x^2 + 4x - 3)$

1) [1;3] 2) (-∞; 1]U[3; +∞) 3) (-∞; 1)U(3; +∞) 4) (1;3)

22. Указать множество значений функции y = (x -2)(1-x)

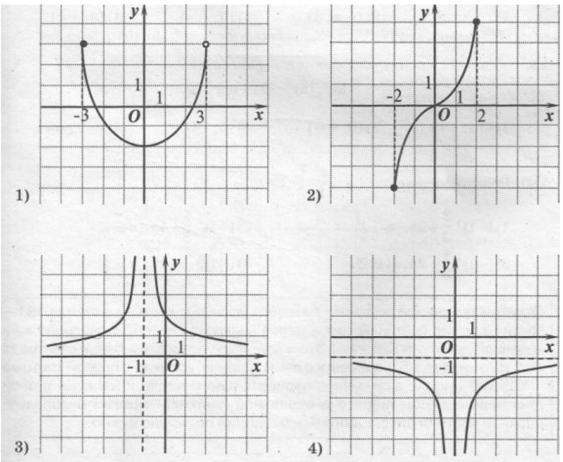
1) (-∞; 0,25] 2) [0,25; +∞) 3) (-∞; 2] 4) (-∞; +∞)

23. Найти область определения функции $y = \frac{11}{\lg(x-7)}$

1) (7; 8)U(8; +∞) 2) (7; +∞) 3) [7; +∞) 4) [7; 8)U(8; +∞)

24. Указать рисунок, на котором изображен график четной функции:

1) 2 2) 3 3) 4 4) 1



Контрольные вопросы:

1.Может ли функция принимать каждое свое значение ровно два раза?

2. Может ли функция иметь два максимума и ни одного минимума?

Самостоятельная работа по теме «Обратная функция»

Цель: уметь находить уравнение обратной функции к заданной. Строить графики двух взаимнообратных функций в одной системе координат. Заметить симметрию линий относительно прямой y=x. Графики чертить с помощью карандаша и линейки с соблюдением принятых стандартных условных обозначений. Разрешается использовать цветные карандаши или ручки.

Задание: Самостоятельно выбрать две любые функции, например: а)y=2x+5; б) $y = \frac{1}{x-1}$.

Найти обратную для каждой из них. Составить таблицы значений и построить в одной системе координат две взаимно обратные функции и прямую y = x.

Критерии оценивания: оценка «5»-задание выполнено полностью и аккуратно, «4»-графики построены не очень аккуратно; «3»-графики не точны, построения небрежные; «2»-графики построены не правильно. Если выполнено качественно только задание под буквой а) или б) то оценка «3».

Методические указания:

Пример 1.

Найти функцию обратную для $y = 3x + 2$

Решение.

Областью определения и областью значений этой функции является все множество действительных чисел. Выразим x через y (другими словами, решим уравнение относительно x).

$x = \frac{1}{3}y - \frac{2}{3}$ – это и есть обратная функция, правда здесь y – аргумент, а x – функция этого аргумента.

Чтобы не нарушать привычного обозначения, переставим буквы x и y и запишем $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$

Таким образом, $\boxed{y = 3x + 2}$ и $\boxed{y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}}$ – взаимно обратные функции.

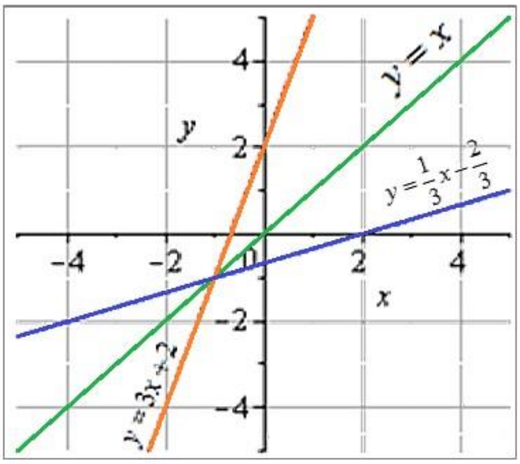


График взаимно обратных линейных функций

Форма выполнения задания: построение графика прямой и обратной функции в декартовой системе координат на альбомном листе формата А4, графики построить цветными карандашами. Дополнительно: для случая а) и б) обязательно построить прямую y = x.

Контрольные вопросы:

1.Для чего нужно понятие обратных функций?

2. Будут ли графики любых взаимообратных функций всегда симметричны относительно биссектрисы первой и третьей четверти?

Самостоятельная работа по теме: «Показательная и логарифмическая функции»

Цель: уметь выполнять преобразования графиков для их построения;

Задание: построить график показательной и логарифмической функции, выбрать самостоятельно из предложенных функций. Изучи материал по учебнику стр 40-45

Литература: Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учеб. для студ. учреждений сред. проф. образования /М.И.Башмаков.-4-е изд., стер.-М. :Издательский центр «Академия»,2017.-256с.

Критерии оценивания: оценка «5»-задание выполнено полностью и аккуратно, «4»-графики построены не аккуратно; «3»-графики не точны, построения небрежные; «2»-графики построены не правильно. Если выполнено качественно только одно задание то оценка «3».

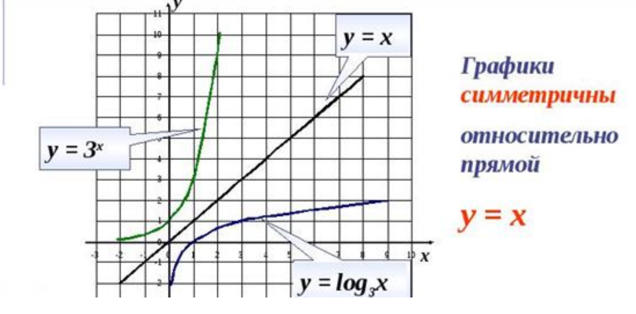
Форма выполнения задания: построение графиков в декартовой системе координат письменно в тетради с помощью линейки, карандаша. Описать свойства функции.

Вариант 1 Построить график функции $y = log_2 x$	**Вариант 2** Построить график функции $y = 3^x + 1$	**Вариант 3** Построить график функции $y = \log_{0,5} x - 1$	**Вариант 4** Построить график функции $y = 0,5^x$
Вариант 5 Построить график функции $y = \log_{0,2} x$	**Вариант 6** Построить график функции $y = \log_3 x$	**Вариант 7** Построить график функции $y = -4^x$	**Вариант 8** Построить график функции $y = \log_5 x$
Вариант 9 Построить график функции $y = log_2 x - 1$	**Вариант 10** Построить график функции $y = 0,5^x + 1$	**Вариант 11** Построить график функции $y = log_3 x - 3$	**Вариант 12** Построить график функции $y = -5^x$
Вариант 13 Построить график функции $y = 3^x - 2$	**Вариант 14** Построить график функции $y = 0,3^x - 2$	**Вариант 15** Построить график функции $y = log_{0,2}(x-1)$	**Вариант 16** Построить график функции $y = log_3(x-1)$
Вариант 17 Построить график функции $y = 3^{x+2}$	**Вариант 18** Построить график функции $y = -3^x + 1$	**Вариант 19** Построить график функции $y = log_3 x + 3$	**Вариант 20** Построить график функции $y = \log_5(x+1)$
Вариант 21 Построить график функции $y = \log_{0,5}(x+1)$	**Вариант 22** Построить график функции $y = -\log_{0,5} x$	**Вариант 23** Построить график функции $y = 5^{x+2}$	**Вариант 24** Построить график функции $y = 5^{x-2}$
Вариант 25 Построить график функции $y = \log_5(x+2)$	**Вариант 26** Построить график функции $y = \log_5 x + 2$	**Вариант 27** Построить график функции $y = -\log_5 x$	**Вариант 28** Построить график функции $y = 0,3^x + 1$

Методические указания: Смотри образец

Образец выполнения задания: по теме «Логарифмическая и показательная функция»

Свойства функции	$y = log_3 x$	$y = 3^x$
Область определения	$(0; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$
Множество значений	$(-\infty; +\infty)$	$(0; +\infty)$
Монотонность	*возрастает*	*возрастает*



Контрольные вопросы:

1.Верно ли высказывание: «Логарифмическая функция не является ни чётной, ни нечётной; не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений; не ограничена сверху, не ограничена снизу; график любой логарифмической функции y=logax проходит через *точку (1;0)»?*

1.4 . УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

Тема: «Основные приемы решения уравнений. Повторение за школьный курс»

Самостоятельная работа №1 «Линейные уравнения»

Цель: Повторить понятие линейного уравнения, свойства уравнения, систематизировать и обобщить сведения о решении уравнения с одним неизвестным. Умея решать уравнения, сводящиеся к линейным, исследовать вопрос о числе корней линейного уравнения.

Задание: выполнить задания двух уровней, записи вести в тетради.

Критерии оценивания: «5» - выполнены все задания двух уровней; «4» - выполнены все задания двух уровней, но допушены 1-2 ошибки; «3» - выполнены задания уровня А; «2» - выполнено 1-2задания уровня А.

Методические указания: Линейное уравнение — такое, в котором присутствует лишь одна переменная, причём исключительно в первой степени.

Под простейшим уравнением подразумевается конструкция: ax+b=0

Все остальные линейные уравнения сводятся к простейшим с помощью алгоритма:

1. Раскрыть скобки, если они есть;
2. Перенести слагаемые, содержащие переменную, в одну сторону от знака равенства, а слагаемые без переменной — в другую;
3. Привести подобные слагаемые слева и справа от знака равенства;
4. Разделить полученное уравнение на коэффициент при переменной x.

Пример1: 6x+72=0

6x=−72

x=−72:6

x=−12

2. 5(x+9)=5x+45 давайте раскроем скобки:5x+45=5x+45

И слева и справа мы видим примерно одну и ту же конструкцию, но давайте действовать по алгоритму, т.е. уединяем переменные: 5x−5x=45−45. Приведем подобные: 0=0. При каких корнях это выполняется. Ответ: при любых. Следовательно, можно записать, что x — любое число.

Форма выполнения задания – работа, оформленная в тетради.

Уровень А

1.Решить уравнение

3y-(5-y)=11.

2. При каких *a* уравнение *ax=8* имеет корень x=0, x = -4?

3. Решите задачу, составив уравнение. Поезд был задержан в пути на 1 час. Увеличив скорость на 30 км\ч, он через 3 часа прибыл на конечную станцию точно по расписанию. Чему была равна скорость поезда до остановки?

Уровень Б

4.Решить уравнение

(7x+1)-(6x+3)=3(2x+5).

5. При каких *a* уравнение *ax=8* имеет положительный, отрицательный корень?

6. Решите задачу, составив уравнение. Поезд прошел первый перегон за 2 часа, второй за 3 часа. Всего за это время он прошел 330 км . Найдите скорость поезда на каждом перегоне, если на втором она была на 10км\ч больше, чем на втором.

Контрольные вопросы:

1. Что такое уравнение?

2.Что значит: решить уравнение?

3. В чем затруднения и ошибки: раскрытие скобок; перенос слагаемых; приведение подобных при решении уравнений.

Самостоятельная работа № 2 «Дробно-рациональные уравнения»

Цель: обобщить и систематизировать умения решать дробно-рациональные уравнения.
Знать: алгоритм решения дробно-рациональных уравнений.
Уметь: Решать дробно-рациональные уравнения и применять их к решению задач.
Задание: решить уравнения, письменно в тетради. Вариант работы соответствует номеру в журнале. Оцените свою работу самостоятельно, выясните в чем затруднения и ошибки: вычислительные навыки; приведение дробей к общему знаменателю; включение в ответ посторонних корней.
Критерии оценивания: «5» - выполнено 4 задания; «4» - выполнено 3 задания; «3» - выполнено 2 задания; «2» - выполнено 1задание.
Методические указания: Уравнение, которое можно свести к дроби f(x)/g(x)=0 называется дробно рациональным уравнением.
Если уравнение имеет несколько слагаемых, то переносим их по одну сторону знака равенства и сводим к общему знаменателю. В результате получим дробную функцию f(x)/g(x), которая равна нулю $\frac{f(x)}{g(x)}=0.$ Следующим шагом находим корни числителя. Отвергаем среди них те, которые не принадлежат области допустимых значений (нули знаменателя) и записываем правильный ответ. Примеры дробно рациональных уравнений:
Пример 1. Найти корни уравнения
$\frac{-2x-4}{x^2-4}=\frac{x+5}{x-2}.$ Решение: По методике переносим слагаемые и сводим к общему знаменателю

$$\frac{x+5}{x-2}+\frac{2x+4}{x^2-4}=0 \rightarrow \frac{(x+5)(x+2)+2x+4}{x^2-4}=0 \rightarrow \frac{x^2+7x+10+2x+4}{x^2-4}=\frac{x^2+9x+14}{x^2-4}=0.$$

Приравниваем числитель и знаменатель к нулю и находим корни. Первое уравнение можем решить по теореме Виета $x^2+9x+14=0 \rightarrow x=-2;\ x=-7.$
Второе раскладываем на множители $x^2-4=(x-2)(x+2)=0 \rightarrow x=-2;\ x=2.$
Если от корней числителя отбросить нули знаменателя, то получим только одно решение x=-7.
Внимание: Всегда проверяйте совпадают ли корни числителя и знаменателя. Если такие есть, то не учитывайте их в ответе. Ответ: x=-7.
Форма выполнения задания – самостоятельная работа, оформленная письменно в тетради

ВАРИАНТ 1	ВАРИАНТ 2	ВАРИАНТ 3	ВАРИАНТ 4
1. $\frac{x-2}{x+3}-\frac{30}{x^2-9}=\frac{1}{6};$	1. $\frac{x-4}{x+1}-\frac{10}{x^2-1}=\frac{4}{9};$	1. $\frac{x+4}{x+1}-\frac{10}{x^2-1}=8;$	1. $\frac{x-4}{x-3}+\frac{6}{x^2-9}=2;$
2. $\frac{x-2}{x+1}+\frac{5}{x-1}=\frac{6}{x^2-1};$	2. $\frac{x+1}{x-3}-\frac{8}{x+3}=\frac{24}{x^2-9};$	2. $\frac{x+1}{x-3}+\frac{12}{x+3}=\frac{24}{x^2-9};$	2. $\frac{x-7}{x-5}+\frac{20}{x^2-25}=\frac{6}{x+5};$
3. $\frac{x-9}{x+1}-\frac{x+3}{1-x}=\frac{8}{x^2-1};$	3. $\frac{x+3}{x+1}-\frac{x+1}{1-x}=\frac{4}{x^2-1};$	3. $\frac{x-3}{x+2}+\frac{x-7}{2-x}=\frac{20}{x^2-4};$	3. $\frac{8}{x^2-4}+\frac{x-4}{x+2}=\frac{x-4}{2-x};$
4. $\frac{x+1}{x-2}+\frac{9}{(x-2)(x-5)}=\frac{x-2}{x-5}.$	4. $\frac{x-3}{x+2}+\frac{x+8}{x-1}=\frac{15}{(x+2)(x-1)}.$	4. $\frac{x+5}{x-2}+\frac{x-2}{x+1}=\frac{21}{(x-2)(x+1)}.$	4. $\frac{x+1}{x-2}+\frac{x-2}{x+3}=\frac{15}{(x-2)(x+3)}.$

ВАРИАНТ 5

1. $\frac{x+2}{x-4}-\frac{48}{x^2-16}=7;$
2. $\frac{x+2}{x-1}-\frac{5}{x+1}=\frac{6}{x^2-1};$
3. $\frac{x+3}{2+x}-\frac{x+3}{2-x}=\frac{20}{x^2-4};$
4. $\frac{x-2}{x+3}+\frac{x-2}{x-1}=\frac{20}{(x+3)(x-1)}.$

ВАРИАНТ 6

1. $\frac{x-3}{x+5}-\frac{80}{x^2-25}=\frac{15}{7};$
2. $\frac{8}{x^2-4}+\frac{13}{x+2}=\frac{x-4}{2-x};$
3. $\frac{x-4}{x+3}-\frac{x-10}{x-3}=\frac{42}{x^2-9};$
4. $\frac{x+1}{x-5}+\frac{x-4}{x+2}=\frac{42}{(x-5)(x+2)}.$

ВАРИАНТ 7

1. $\frac{x+7}{x-2}+\frac{5}{4}=\frac{36}{x^2-4};$
2. $\frac{x-5}{x+3}+\frac{5}{x-3}=\frac{48}{x^2-9};$
3. $\frac{x-6}{x+1}-\frac{2+x}{1-x}=\frac{6}{x^2-1};$
4. $\frac{x+3}{x-8}-\frac{x+12}{x+1}=\frac{99}{(x-8)(x+1)}.$

ВАРИАНТ 8

1. $\frac{x+6}{x+5}+\frac{10}{x^2-25}=\frac{4}{3};$
2. $\frac{x+3}{x-7}-\frac{10}{x+7}=\frac{140}{x^2-49};$
3. $\frac{x+3}{x+1}-\frac{x+1}{1-x}=\frac{4}{x^2-1};$
4. $\frac{x+6}{x-4}+\frac{50}{(x-4)(x-9)}=\frac{9+x}{9-x}.$

ВАРИАНТ 9

1. $\frac{x-2}{x+3}-\frac{30}{x^2-9}=\frac{2}{7};$
2. $\frac{x-2}{x+1}+\frac{3}{x-1}=\frac{6}{x^2-1};$
3. $\frac{x+3}{x-1}+\frac{x+3}{x+1}=\frac{8}{x^2-1};$
4. $\frac{x+2}{x+3}-\frac{x-5}{x-4}=\frac{7}{(x+3)(x-4)}.$

ВАРИАНТ 10

1. $\frac{x-4}{x+1}-\frac{10}{x^2-1}=\frac{3}{8};$
2. $\frac{x+1}{x-3}-\frac{9}{x+3}=\frac{24}{x^2-9};$
3. $\frac{x+1}{x-1}-\frac{4}{x^2-1}-\frac{x-1}{x+1}=0;$
4. $\frac{x-3}{x+5}-\frac{x-9}{x-1}=\frac{48}{(x+5)(x-1)}.$

ВАРИАНТ 11

1. $\frac{x+4}{x+1}-\frac{10}{x^2-1}=\frac{10}{3};$
2. $\frac{x}{x+4}+\frac{5}{x-4}=\frac{32}{x^2-16};$
3. $\frac{x-3}{x+2}+\frac{x-3}{2-x}=\frac{20}{x^2-4};$
4. $\frac{x+5}{x-2}+\frac{x-4}{x+1}=\frac{21}{(x-2)(x+1)}.$

ВАРИАНТ 12

1. $\frac{x-4}{x-3}+\frac{6}{x^2-9}=\frac{6}{7};$
2. $\frac{x-7}{x-5}-\frac{8}{x+5}=\frac{20}{25-x^2};$
3. $\frac{x-4}{x-2}+\frac{8}{x^2-4}+\frac{x-8}{x+2}=0;$
4. $\frac{x+1}{x-2}+\frac{x-4}{x+3}=\frac{15}{(x-2)(x+3)}.$

ВАРИАНТ 13

1. $\frac{x+2}{x-4}-\frac{48}{x^2-16}=\frac{11}{5};$
2. $\frac{x+2}{x-1}+\frac{3}{x+1}=\frac{6}{x^2-1};$
3. $\frac{x-3}{x+2}-\frac{3+x}{2-x}=\frac{20}{x^2-4};$
4. $\frac{x}{x-3}-\frac{x+7}{x+4}=\frac{21}{(x-3)(x+4)}.$

ВАРИАНТ 14

1. $\frac{x-3}{x+5}+7=\frac{80}{x^2-25};$
2. $\frac{x-4}{x-2}+\frac{8}{x^2-4}=\frac{2}{x+2};$
3. $\frac{x-1}{x+4}+\frac{x-9}{4-x}=\frac{40}{x^2-16};$
4. $\frac{x+1}{x-5}+\frac{x-2}{x+2}=\frac{42}{(x-5)(x+2)}.$

ВАРИАНТ 15

1. $\frac{x+7}{x-2}-\frac{36}{x^2-4}=10;$
2. $\frac{x-5}{x+3}+\frac{14}{x-3}=\frac{48}{x^2-9};$
3. $\frac{x+2}{x+1}-\frac{2+x}{1-x}=\frac{6}{x^2-1};$
4. $\frac{x-7}{x+4}+\frac{x}{x-1}=\frac{55}{(x+4)(x-1)}.$

ВАРИАНТ 16

1. $\frac{x+6}{x+5}+\frac{10}{x^2-25}=\frac{5}{4};$
2. $\frac{x+3}{x-7}-\frac{6}{x+7}=\frac{140}{x^2-49};$
3. $\frac{x-1}{x+1}-\frac{1+x}{1-x}=\frac{4}{x^2-1};$
4. $\frac{x+6}{x-4}+\frac{50}{(x-4)(x-9)}+\frac{x+5}{x-9}=0.$

ВАРИАНТ 17

1. $\frac{x-2}{x+3}-\frac{30}{x^2-9}=\frac{3}{8};$
2. $\frac{x-2}{x+1}+\frac{2}{x-1}=\frac{6}{x^2-1};$
3. $\frac{x-7}{x+1}-\frac{x+3}{1-x}=\frac{8}{x^2-1};$
4. $\frac{x+3}{x-4}+\frac{x-3}{x+2}=\frac{42}{(x-4)(x+2)}.$

ВАРИАНТ 18

1. $\frac{x-4}{x+1}-\frac{10}{x^2-1}=\frac{2}{7};$
2. $\frac{x+1}{x-3}-\frac{10}{x+3}=\frac{24}{x^2-9};$
3. $\frac{x-2}{x+1}+\frac{4-x}{x-1}=\frac{6}{x^2-1};$
4. $\frac{x-3}{x+2}+\frac{x+12}{x-1}=\frac{15}{(x+2)(x-1)}.$

ВАРИАНТ 19

1. $6+\frac{x+5}{x-2}=\frac{28}{x^2-4};$
2. $\frac{x}{x+4}+\frac{4}{x-4}=\frac{32}{x^2-16};$
3. $\frac{x-1}{x-3}-\frac{x+5}{x+3}=\frac{12}{x^2-9};$
4. $\frac{x+5}{x-2}+\frac{x-10}{x+1}=\frac{21}{(x-2)(x+1)}.$

ВАРИАНТ 20

1. $\frac{x-4}{x-3}+\frac{6}{x^2-9}=\frac{4}{5};$
2. $\frac{x-7}{x-5}-\frac{7}{x+5}=\frac{20}{25-x^2};$
3. $\frac{x-4}{x-2}+\frac{8}{x^2-4}+\frac{x+4}{x+2}=0;$
4. $\frac{x+1}{x-2}+\frac{x+2}{x+3}=\frac{15}{(x-2)(x+3)}.$

ВАРИАНТ 21 1. $\frac{x+2}{x-4}-\frac{48}{x^2-16}=\frac{13}{7}$; 2. $\frac{x+2}{x-1}-\frac{3}{x+1}=\frac{6}{x^2-1}$; 3. $\frac{x+3}{x-2}+\frac{x+9}{x+2}=\frac{20}{x^2-4}$; 4. $\frac{x-2}{x+3}+\frac{x}{x-1}=\frac{20}{(x+3)(x-1)}$.	ВАРИАНТ 22 1. $\frac{x-3}{x+5}+\frac{80}{25-x^2}=9$; 2. $\frac{x-4}{x-2}+\frac{8}{x^2-4}=\frac{7}{x+2}$; 3. $\frac{x-1}{x-3}-\frac{x+1}{x+3}=\frac{12}{x^2-9}$; 4. $\frac{x+1}{x-5}+\frac{x+4}{x+2}=\frac{42}{(x-5)(x+2)}$.	ВАРИАНТ 23 1. $\frac{x+7}{x-2}-\frac{16}{7}=\frac{36}{x^2-4}$; 2. $\frac{x-5}{x+3}+\frac{7}{x-3}=\frac{48}{x^2-9}$; 3. $\frac{x+2}{x-1}-\frac{2-x}{x+1}=\frac{6}{x^2-1}$; 4. $\frac{x-7}{x+4}+\frac{x+4}{x-1}=\frac{55}{(x+4)(x-1)}$.	ВАРИАНТ 24 1. $\frac{x+6}{x+5}+\frac{10}{x^2-25}=2$; 2. $\frac{x+3}{x-7}-\frac{12}{x+7}=\frac{140}{x^2-49}$; 3. $\frac{x+1}{x-1}-\frac{5-x}{x+1}=\frac{4}{x^2-1}$; 4. $\frac{50}{(x-4)(x-9)}=\frac{x+6}{4-x}-\frac{x+1}{x-9}$.
Вариант 25 1. $\frac{x-2}{x+3}-\frac{30}{x^2-9}=\frac{4}{9}$; 2. $\frac{x-2}{x+1}+\frac{1}{x-1}=\frac{6}{x^2-1}$; 3. $\frac{x+3}{x-1}-\frac{3-x}{x+1}=\frac{8}{x^2-1}$; 4. $\frac{x+3}{x-4}+\frac{x-7}{x+2}=\frac{42}{(x-4)(x+2)}$.	Вариант 26 1. $\frac{x-4}{x+1}-\frac{10}{x^2-1}=\frac{1}{6}$; 2. $\frac{x+1}{x-3}-\frac{4}{x+3}=\frac{24}{x^2-9}$; 3. $\frac{x+3}{x-2}=\frac{20}{x^2-4}+\frac{x+7}{x+2}$; 4. $\frac{x-3}{x+2}-\frac{x+20}{1-x}=\frac{15}{(x+2)(x-1)}$.	ВАРИАНТ 27 1. $\frac{x+5}{x-2}-\frac{28}{x^2-4}=\frac{12}{5}$; 2. $\frac{x}{x+4}+\frac{6}{x-4}=\frac{32}{x^2-16}$; 3. $\frac{x-3}{x+2}=\frac{20}{x^2-4}-\frac{x+3}{2-x}$; 4. $\frac{x+5}{x-2}+\frac{x+2}{x+1}=\frac{21}{(x-2)(x+1)}$.	ВАРИАНТ 28 1. $\frac{x-4}{x-3}+\frac{6}{x^2-9}=\frac{1}{2}$; 2. $\frac{x-7}{x-5}+\frac{2}{x+5}=\frac{20}{25-x^2}$; 3. $\frac{x-4}{x-2}+\frac{x+6}{x+2}=\frac{8}{4-x^2}$; 4. $\frac{x+1}{x-2}+\frac{x-8}{x+3}=\frac{15}{(x-2)(x+3)}$.

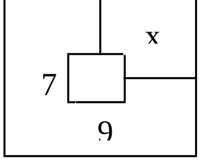
Контрольные вопросы:

1. Какое уравнение называется дробно рациональным уравнением?
2.Может ли знаменательравняться нулю?
3**.** В чем затруднения и ошибки: раскрытие скобок; перенос слагаемых; приведение подобных при решении уравнений, выбор ответа, проверка корней?

<u>Самостоятельная работа №3 «Квадратные уравнения»</u>

Цель: Обобщить и систематизировать умения решать квадратные уравнения и уравнения, сводящиеся к ним.
Уметь: решать квадратные уравнения; уравнения, сводящиеся к квадратным и применять их к решению задач; исследовать на количество корней при различных значениях параметра.
Задание: выполнить задания **с №1-№6**.
Критерии оценивания: «5» - выполнено 6 заданий; «4» - выполнено 5 задания; «3» - выполнено 4-3 задания; «2» - выполнено 1-2 задания.

Методические указания: $ax^2+bx+c=0$ – квадратное уравнение общего вида
Дискриминант $D=b^2—4ac$.
Если D>0, то имеем два действительных корня:
Если D=0, то имеем единственный корень (или два равных корня) $x=-b/(2a)$.
Если D<0, то действительных корней нет.
Пример 1) $2x^2+5x-3=0$.
Решение. a=2; b=5; c=-3.
$D=b^2—4ac=52-4\cdot2\cdot(-3)=25+24=49=7^2>0$; 2 действительных корня.
$x_{1}=\frac{-b-\sqrt{D}}{2A}=\frac{-5-7}{2\cdot2}=-3$; $x_{2}=\frac{-b+\sqrt{D}}{2A}=\frac{-5+7}{2\cdot2}=\frac{1}{2}$
ответ:-3; 0,5.
Пример 2) $4x^2+21x+5=0$.
Решение. a=4; b=21; c=5.
$D=b^2—4ac=212—4\cdot4\cdot5=441-80=361=19^2>0$; 2 действительных корня.
Форма выполнения задания – самостоятельная работа, оформленная письменно в тетради.
1.Каждое уравнение соотнеси с количеством корней
1) $x^2-5x+6=0$;
2) $3x^2+4=0$;
3) $x^2+2x+1=0$.
а) 1; б) 2; в) 0.
2. Приведи к квадратному уравнению
1) $(x+3)(x-3)=2(x-0,5)4$
2) $\frac{2x^2+2}{3}-\frac{5x}{4}+2=0$
3.Составь квадратное уравнение, корни которого равны -3 и 2.
4. Найди корни квадратного трехчлена подбором и разложи его на множители
1) x^2+5x+6;
2) $x^2+2x-15$.
5.При каких значениях *c* уравнение $x^2+2x+c=0$ имеет один корень?
6 .Деревенский домик длины 9м и ширины 7м обрамлен садом постоянной ширины (см. рис.). Сад без домика занимает площадь, равную 512м^2. Какова ширина сада?



1) $(x+7)(x+9)=512$
2) $(2x+7)(2x+9)=512$
3) $(x+7)(x+9) - 63=512$
4) $(2x+7)(2x+9) - 63=512$

Контрольные вопросы:

1. Общий вид квадратного уравнения?
2.Как вычислить дискриминант?
3.Как вычислить корни квадратного уравнения?

Тема: «Основные приемы решения неравенств. Повторение за школьный курс»

Самостоятельная работа№1 « Линейные неравенства»

Цель: Обобщить и систематизировать умения решать неравенства;уметь: решать линейные неравенства.
Задание: выполнить задания с №1-№4.

Критерии оценивания: линейные неравенства- «5» - выполнено 4 задания; «4» - выполнено 3 задания; «3» - выполнено 2 задания; «2» - выполнено 1 задание;
квадратные неравенства «5» - выполнено 19-20 заданий; «4» - выполнено 18-15 заданий; «3» - выполнено 14-10 заданий; «2» - выполнено менее 9 заданий

Методические указания: Линейные неравенства - это неравенства вида:
$ax+b<0$; $ax+b>0$; $ax+b\geq0$; $ax+b\leq0$ где a и b – любые числа, причем $a\neq0$; x - неизвестная переменная.
Например:$5x>16$; $x+7<0$ приведенные неравенства являются линейными.
При их решении надо знать и успешно применять 3 очень важных правила. Решить неравенство – значит найти все значения переменной, при которых неравенство обращается в верное числовое неравенство.
ПРАВИЛО 1. Любой член неравенства можно переносить из одной части неравенства в другую, меняя при этом знак на противоположный (т.е. при переносе через знак неравенства знаки при слагаемых меняются на противоположные).
Например, $3x-4>7 \Rightarrow 3x>7+4 \Rightarrow 3x>11$
В теме «Линейные уравнения» говорилось, что для удобства принято переносить слагаемые с переменной в левую часть, а остальные в правую – так и поступим:
$12+4x\leq7-3x$
$4x+3x\leq7-12$
$7x\leq-5$
ПРАВИЛО 2. Обе части неравенства можно умножить/разделить на одно и то же положительное число, при этом получится неравенство, равносильное данному.
Заметим, знак неравенства как был «больше», так и сохранился? Все это потому, что мы делили на положительное число.
ПРАВИЛО 3. Обе части неравенства можно умножить/разделить на одно и то же отрицательное число, меняя знак неравенства на противоположный (т.е. знак > на знак <, и наоборот; знак ≥ на знак ≤, и наоборот).
$-7x\geq-8$Делим обе части на отрицательное число −7, меняя при этом знак неравенства на противоположный:$-7x\geq-8$ $x\leq-8:(-7)$
Решите линейные неравенства :
1. $7x-6 < x+12$;
2. $1-2x \geq 4-5x$;
3. $9-7x > -1-17x$;
4. $x-\frac{x+1}{2} > \frac{x-3}{4} - \frac{x-2}{3}$;

Форма выполнения задания – самостоятельная работа, оформленная письменно в тетради.

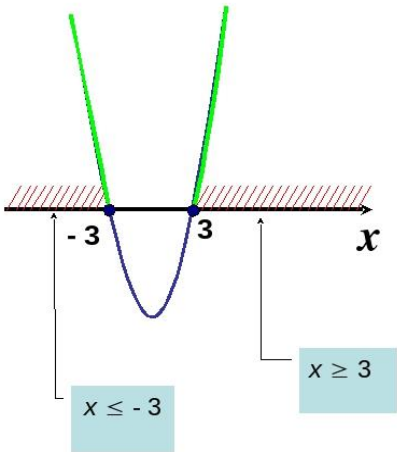
Самостоятельная работа№2 « Квадратные неравенства»

Цель: Обобщить и систематизировать умения решать неравенства;уметь: решать квадратные неравенства.
Задание: выполнить задания с №1 по №20 . Всего 2 варианта. Выполнить проверку по модельным ответам.

Критерии оценивания: квадратные неравенства «5» - выполнено 19-20 заданий; «4» - выполнено 18-15 заданий; «3» - выполнено 14-10 заданий; «2» - выполнено менее 9 заданий
Форма выполнения задания – самостоятельная работа, оформленная письменно в тетради.
Методические указания: пример1:

Решить неравенство: $x^2 - 9 \geq 0$

1. $x^2 - 9 = 0$, $x^2 = 9$, $x_{1,2} = \pm 3$, отмечаем корни на оси Ox
2. Ветви параболы направлены верх ($a = 1$, $1 > 0$)
3. Чертим эскиз графика
4. Ищем значения $\boldsymbol{x}$, при которых точки параболы лежат выше или на оси Ox *(знак у неравенства нестрогий "≥")*
5. *Ответ:* $x \leq -3$, $x \geq 3$

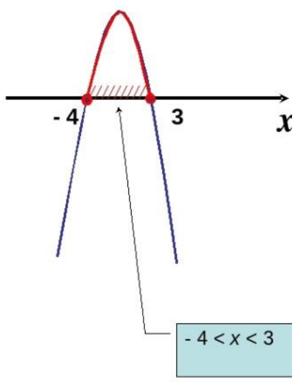


пример2:

Решить неравенство:
$-x^2 - x + 12 > 0$

;. $-x^2 - x + 12 = 0$, $x_1 = -4$, $x_2 = 3$

2. Ветви параболы направлены вниз ($a = -1$, $-1 < 0$)
3. Чертим эскиз графика
4. Ищем значения x, при которых точки параболы лежат выше оси Ox *(знак у неравенства строгий ">")*
5. *Ответ:* $-4 < x < 3$



Решите квадратные неравенства

Вариант 1		**Вариант 2**	
1	$2x^2+7x+3>0$	1	$2x^2-3x+10<0$
2	$2x^2-x-1<0$	2	$2x^2-5x+3>0$
3	$8x^2+7x-1\leq 0$	3	$8x^2-10x-3\geq 0$
4	$4x^2+16x+15\geq 0$	4	$4x^2-4x-3\leq 0$
5	$5x^2+42x+16<0$	5	$5x^2+34x+24>0$
6	$9x^2+15x-60>0$	6	$9x^2+26x-3<0$
7	$12x^2+8x+1\leq 0$	7	$12x^2+20x-25\geq 0$
8	$3x^2+5x-8\geq 0$	8	$3x^2-5x-2\leq 0$
9	$5x^2-8x-4<0$	9	$5x^2-3x-2>0$
10	$6x^2-7x+1>0$	10	$6x^2+x-1<0$
11	$5x^2+2x-3\leq 0$	11	$5x^2-8x+3\geq 0$
12	$25x^2-60x+27\geq 0$	12	$25x^2-15x+2\leq 0$
13	$10x^2+21x+8<0$	13	$10x^2+37x+30>0$
14	$-2x^2+3x-1>0$	14	$2x^2+x-1<0$
15	$2x^2+5x+3\leq 0$	15	$-2x^2+7x-3\geq 0$
16	$8x^2+10x-3\geq 0$	16	$8x^2-7x-1\leq 0$
17	$5x^2-34x+24<0$	17	$5x^2-42x+16>0$
18	$5x^2+3x-2>0$	18	$5x^2+8x-4<0$
19	$25x^2+25x+6\leq 0$	19	$25x^2+25x+4\geq 0$
20	$100x^2-100x+21\geq 0$	20	$100x^2-100x+9\leq 0$

Ответы к тесту по теме «**Решение квадратных неравенств**»

Вариант 1		**Вариант 2**	
1	$(-\infty; -3)\cup(-0,5;+\infty)$	1	$(0,5; 1)$
2	$(-0,5; 1)$	2	$(-\infty; 1)\cup(1,5; +\infty)$
3	$\left[-1; \frac{1}{8}\right]$	3	$(-\infty;-0,25]\cup[1,5;+\infty)$
4	$(-\infty;-2,5]\cup[-1,5;+\infty)$	4	$[-0,5; 1,5]$
5	$(-8; -0,4)$	5	$(-\infty; -6)\cup(-0,8;+\infty)$
6	$\left(-\infty;-2\frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{2}{3};+\infty\right)$	6	$\left(-3; \frac{1}{9}\right)$
7	$\left[-\frac{1}{2}; -\frac{1}{6}\right]$	7	$\left(-\infty;-\frac{5}{2}\right]\cup\left[\frac{5}{6};+\infty\right)$
8	$\left(-\infty;-2\frac{2}{3}\right]\cup[1;+\infty)$	8	$\left[-\frac{1}{3}; 2\right]$
9	$(-0,4; 2)$	9	$(-\infty; -0,4)\cup(1;+\infty)$
10	$\left(-\infty;\frac{1}{6}\right)\cup(1;+\infty)$	10	$\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$
11	$[-1; 0,6]$	11	$(-\infty; 0,6]\cup[1;+\infty)$
12	$(-\infty; 0,6]\cup[1,8;+\infty)$	12	$[0,2; 0,4]$
13	$(-1,6; -0,5)$	13	$(-\infty; -2,5)\cup(-1,2;+\infty)$
14	$(-\infty;0,5)\cup(1;+\infty)$	14	$(-1; 0,5)$
15	$[-1,5; -1]$	15	$(-\infty; 0,5]\cup[3;+\infty)$
16	$(-\infty;-1,5]\cup[0,25;+\infty)$	16	$\left[-\frac{1}{8};1\right]$
17	$(0,8; 6)$	17	$(-\infty; 0,4)\cup(8;+\infty)$
18	$(-\infty;-1)\cup(0,4;+\infty)$	18	$(-2; 0,4)$
19	$[-0,6; -0,3]$	19	$(-\infty;-0,4]\cup[-0,2;+\infty)$
20	$(-\infty;0,3]\cup[0,7;+\infty)$	20	$[0,1; 0,9]$

Самостоятельная работа по теме «Простейшие иррациональные уравнения»

Цель: Обобщить и систематизировать сведения об иррациональных уравнениях, закрепление умений по решению простейших иррациональных уравнений, при выполнении теста.
Знать алгоритм решения иррационального уравнения. Уметь решать иррациональные уравнения, выбирать наиболее предпочтительные способы их решения. Самостоятельно осуществить проверку, используя модельные ответы.
Задание: Решить уравнения с №1-по №8. Всего 10 вариантов. Варианты определяет преподаватель. Выполнить самопроверку-выбрать правильный ответ. Ответить на вопросы.
Критерии оценивания: «5» - выполнено 8 заданий; «4» - выполнено 6 - 7 заданий;
«3» - выполнено 4-5 заданий; «2» - выполнено менее половины от всего объема задания**.**
Методические указания: Иррациональными уравнениями называются уравнения, в которых переменная содержится под знаком корня или знаком возведения в дробную степень.
А вот как это выглядит: $\sqrt{x}$; $x^{\frac{1}{2}}$
Первое уравнение $\sqrt{2x+1}=3$, оно иррациональное
Избавляемся от корней, поскольку корень второй степени, то обе части уравнения возводим в квадрат и упрощаем:2x+1=9, 2x=8, x=4
Решая иррациональное уравнение, обязательно надо проводить проверку полученных корней! Подставим x=4 в исходное уравнение.
Второе уравнение: $\sqrt{2x-5}=\sqrt{4x-7}$- это иррациональное уравнение, думаю. Как и раньше возводим в квадрат обе части:2x−5=4x−7, упрощаем, x=1.
Проверка, подставим 1 в исходное уравнение:$\sqrt{-3}=\sqrt{-3}$–под квадратным корнем у нас отрицательное число! А это говорит о том, что это посторонний корень для исходного уравнения, да, это корень уравнения 2x−5=4x−7, но оно-то не исходное, его мы получили после преобразований!
В ответе пишем «нет решения».
Третий пример $\sqrt{2x+1}+\sqrt{x}=1$.В этом примере есть два подкоренных выражения и число 1. Чтобы избавиться от корня нужно обе части возвести в квадрат, но прежде чем это сделать перенесем $\sqrt{x}$ в правую часть. $\sqrt{2x+1}=1-\sqrt{x}$ Дело в том, что если возводить в квадрат в таком виде, то упрощать придется дольше. Теперь возводим в квадрат обе части и упрощаем. x=-2$\sqrt{x}$. еще раз возводим в квадрат обе части уравнения. Этот метод решения (математики называют его «метод уединения радикала»; радикал, а попросту выражение с корнем надо уединить в одной стороне уравнения) предусматривает возможность того, что уединять и возводить в степень придется не один раз.
Форма выполнения задания – самостоятельная работа, оформленная в тетради**.**

Вариант №1

1. Решите уравнение: $7-\sqrt{x+1}=2$.
1) 24 2) −24 3) 26 4) −26
2. Решите уравнение: $\sqrt{6+x}\cdot\sqrt{6-x}=x$.
1) $3\sqrt{2}; -3\sqrt{2}$ 2) $3\sqrt{2}$ 3) $-3\sqrt{2}$ 4) 18
3. Решите уравнение: $\sqrt{x^2-56}=\sqrt{-x}$.
1) 7; −8 2) −8 3) 7 4) 8; −7
4. Решите уравнение: $\sqrt{2x^2-7x+21}-x=1$.
1) −5; −4 2) 5; 4 3) −5; 4 4) 5; −4
5. Решите уравнение: $\sqrt{4+x}\cdot\sqrt{5-x}=2\sqrt{2}$.
1) −4; 3 2) 4; −3 3) −4 4) 3
6. Укажите промежуток, которому принадлежат все корни уравнения $\sqrt{5-2x}+x=1$.
1) (−2; 2] 2) (−4; −3) 3) (−3; −2] 4) [0; 2]
7. Укажите абсциссы общих точек графиков функций $y=\sqrt{7-6x^2}$ и $y=x$.
1) −1 2) −1; 1 3) 1 4) 0
8. Пусть x_0 — корень уравнения $\sqrt{6-4x-x^2}-4=x$. Найдите $3\cdot x_0+1$.
1) −2 2) −14 3) 7 4) 16

Вариант №2

1. Решите уравнение: $5+\sqrt{x-1}=3$.
1) 3 2) корней нет 3) 5 4) −3
2. Решите уравнение: $\sqrt{7-x}\cdot\sqrt{7+x}=x$.
1) $\frac{7\sqrt{2}}{2}; -\frac{7\sqrt{2}}{2}$ 2) $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ 3) $-\frac{7\sqrt{2}}{2}$ 4) корней нет
3. Найдите сумму корней уравнения: $\sqrt{x^2+3}-\sqrt{4x}=0$.
1) 2 2) −2 3) 1 4) 4
4. Решите уравнение: $\sqrt{3x+7}-3=x$.
1) 1; 2 2) −1; −2 3) −1; 2 4) 1; −2
5. Решите уравнение: $\sqrt{2x-1}+2=x$.
1) 5; 1 2) −5; −1 3) 5 4) 1
6. Укажите промежуток, которому принадлежат все корни уравнения $x-1=\sqrt{x+11}$.
1) [3; 6] 2) [−2; 5) 3) (0; 4) 4) (−4; −1)
7. Укажите абсциссы общих точек графиков функций $y=\sqrt{4-x^2}$ и $y=x$.
1) $\sqrt{2}$ 2) $-\sqrt{2}$ 3) 2 4) −2
8. Решите уравнение: $x-1=\sqrt{2x^2-3x-5}$.
1) −3; 2 2) 3; −2 3) −3; −2 4) 3

Вариант №3

1. Решите уравнение: $18 - \sqrt{x+2} = 12$.

1) 34 2) 3; 4 3) −34 4) −3; −4

2. Решите уравнение: $\sqrt{3+x} \cdot \sqrt{3-x} = x$.

1) $-1+\sqrt{10}; -1-\sqrt{10}$ 2) $-1+\sqrt{10}$ 3) $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 4) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

3. Найдите сумму абсцисс общих точек графиков функций $f(x) = \sqrt{13x}$ и $f(x) = \sqrt{x^2+22}$.

1) 13 2) −13 3) 11 4) 2

4. Решите уравнение: $\sqrt{3x^2-2} - 3x = -1$.

1) −1; 2 2) 1 3) нет корней 4) 1; 3

5. Решите уравнение: $\sqrt{5x-1+3x^2} = 3x$.

1) $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}$ 2) 2; 3 3) $-\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}$ 4) $\frac{1}{2}$

6. Укажите промежуток, которому принадлежат все корни уравнения $\sqrt{3x+7} - 3 = x$.

1) $(-7; -1{,}5)$ 2) $(-2{,}1; -1]$ 3) $[0; 3]$ 4) $(2; 8)$

7. Найдите сумму абсцисс общих точек графиков функций $y = \sqrt{3x^2-2}$ и $y = 2x-1$.

1) 4 2) −4 3) 2 4) −2

8. Сколько корней имеет уравнение: $x = 4 + \sqrt{x+38}$?

1) два 2) один 3) нет корней 4) три

Вариант №4

1. Решите уравнение: $6 + \sqrt{5x-7} = 2$.

1) корней нет 2) 4,6 3) −4,6 4) 16

2. Решите уравнение: $\sqrt{5-x} \cdot \sqrt{5+x} = x$.

1) $\frac{5}{\sqrt{2}}; -\frac{5}{\sqrt{2}}$ 2) $\frac{5}{\sqrt{2}}$ 3) $-\frac{5}{\sqrt{2}}$ 4) $\frac{25}{4}$

3. Найдите наибольший корень уравнения: $(3-\sqrt{x-2})(4-\sqrt{2x-1}) = 0$.

1) 11 2) 8,5 3) 27 4) −13

4. Решите уравнение: $\sqrt{x^2-36} = \sqrt{2x-1}$.

1) 7; −5 2) −7; 5 3) 7 4) 5

5. Решите уравнение: $\sqrt{2x^2-3x+2} = 4-x$.

1) −7; −2 2) 7 3) −7; 2 4) −2

6. Укажите промежуток, которому принадлежат все нули функции $f(x) = \sqrt{3-2x^2} - x$.

1) $(-2; 1]$ 2) $(-2; 0]$ 3) $(1; +\infty)$ 4) $[-1; 0]$

7. Найдите абсциссы общих точек графиков функций $f(x) = \sqrt{6-5x^2}$ и $f(x) = x$.

1) 1 2) 0 3) −1 4) 2

8. Сколько корней имеет уравнение: $\sqrt{-3x-5} = x+1$?

1) один 2) два 3) три 4) нет корней

Вариант №5

1. Решите уравнение: $\sqrt[3]{x^3-7} = 1$.

1) 2; −2 2) 2 3) −2 4) корней нет

2. Решите иррациональное уравнение: $\sqrt{10-x} \cdot \sqrt{10+x} = x$.

1) $5\sqrt{2}; -5\sqrt{2}$ 2) $5\sqrt{2}$ 3) $-5\sqrt{2}$ 4) 0

3. Укажите сумму абсцисс общих точек графиков функций $y = \sqrt{-20x}$ и $y = \sqrt{x^2+64}$.

1) 20 2) −16 3) −20 4) −4

4. Укажите промежуток, которому принадлежат все нули функции $f(x) = \sqrt{3x+7} - x - 3$.

1) $(-2; -1]$ 2) $(0; 1]$ 3) $[-2; 0]$ 4) $[2; 4]$

5. Решите уравнение: $\sqrt{3x^2+6x+1} = 7-x$.

1) 12; −2 2) 12 3) −2 4) −12; 2

6. Укажите промежуток, которому принадлежат все корни уравнения $\sqrt{-5x-1} = 1-x$.

1) $(-3; -1]$ 2) $(-2; 1]$ 3) $(1; 6)$ 4) $(-5; -1)$

7. Найдите наибольший корень уравнения: $7\sqrt{x} = x+12$.

1) 16 2) 9 3) −16 4) −9

8. Решите уравнение: $x+1 = \sqrt{2x+37}$. В ответе укажите корень уравнения или сумму корней, если их несколько.

1) 6 2) 0 3) −6 4) 3

Вариант №6

1. Решите уравнение: $\sqrt[3]{19-x^3} = 3$.

1) −2 2) 2 3) $\sqrt[3]{16}$ 4) −2; 2

2. Решите иррациональное уравнение: $\sqrt{x^2-x-8} + 2 = x$.

1) 4 2) $\frac{7}{4}; -\frac{7}{4}$ 3) −4 4) 4; −4

3. Найдите наименьший корень уравнения $(2-\sqrt{2x-4})(\sqrt{3x-11}-2) = 0$.

1) 4 2) 5 3) −4 4) 2

4. Найдите среднее арифметическое корней уравнения: $\sqrt{8-3x} - \sqrt{3x^2+2x} = 0$.

1) $-\frac{5}{6}$ 2) 1 3) 0,5 4) $-\frac{4}{3}$

5. Решите уравнение: $\sqrt{-4-6x-x^2} = x+6$.

1) 13; 4 2) −13; −4 3) 5; 4 4) −5; −4

6. Решите уравнение: $x = 5 - \sqrt{2x^2+13-14x}$.

1) −2 2) −2; 6 3) 2; 0 4) −2; 0

7. Укажите промежуток, которому принадлежат все нули функции $y = \sqrt{3(x+1)} - 1 - x$.

1) $[-1; 2)$ 2) $(-3; 0]$ 3) $(-2; 2]$ 4) $[0; 5)$

8. Решите иррациональное уравнение: $\sqrt{x^2+3x+6} - 8 = 3x$.

1) −2; −6 2) −2 3) 2 4) корней нет

Вариант №7

1. Решите иррациональное уравнение: $\sqrt[3]{x-2} = -2$.
   1) -6 2) 10 3) $10; -6$ 4) корней нет
2. Решите уравнение: $\sqrt{4x^2+5x-2} = 2$.
   1) $-2; 0{,}75$ 2) $2; -0{,}75$ 3) $4; 1{,}5$ 4) нет корней
3. Найдите наибольший корень уравнения $\left(\sqrt{3-x}-4\right)\left(\sqrt{4-x}-2\right) = 0$.
   1) 0 2) -13 3) 4 4) -3
4. Найдите среднее арифметическое корней уравнения: $\sqrt{x^2+3x+7} = \sqrt{1-2x}$.
   1) $\sqrt{6}$ 2) $-2{,}5$ 3) $\sqrt{5}$ 4) -5
5. Решите уравнение: $\sqrt{x+10} = x-2$.
   1) $6; -1$ 2) $-6; 1$ 3) 6 4) -1
6. Укажите промежуток, которому принадлежат все корни уравнения $\sqrt{15-7x} = 3-x$.
   1) $(-7; 1]$ 2) $[-5; 2]$ 3) $(-6; 1)$ 4) $(-7; 1)$
7. Решите уравнение: $\sqrt{x^2+3x+3} = 2x+1$.
   1) $-1; \frac{2}{3}$ 2) $1; -\frac{2}{3}$ 3) $\frac{2}{3}$ 4) корней нет
8. Решите уравнение: $\sqrt{8-6x-x^2} = x+6$.
   1) $-7; -2$ 2) $7; 2$ 3) -2 4) -7

Вариант №8

1. Решите уравнение: $\sqrt{5x-6} = \sqrt{x-12}$.
   1) $-1{,}5$ 2) корней нет 3) $-1; 0{,}5$ 4) $1{,}5$
2. Решите уравнение: $\sqrt{23+3x-5x^2} = 3$.
   1) $-1{,}4; 2$ 2) $1{,}4; -2$ 3) нет корней 4) $1; -4$
3. Укажите промежуток, содержащий наименьший корень уравнения $\left(\sqrt{x-1}-1\right)\cdot\left(4-\sqrt{11+x}\right) = 0$.
   1) $(0; 3)$ 2) $(-5; -1)$ 3) $(-6; -4)$ 4) $[3; 10)$
4. Найдите среднее арифметическое корней уравнения: $\sqrt{7-x} = \sqrt{5x^2+x}$.
   1) 1 2) $-\frac{1}{5}$ 3) $\sqrt{\frac{7}{5}}$ 4) нет корней
5. Решите уравнение: $\sqrt{x+11} = x-1$.
   1) $5; -2$ 2) 5 3) $-5; 2$ 4) -2
6. Найдите больший корень уравнения $\sqrt{2x^2-7x+21} = 1+x$.
   1) -4 2) 5 3) -5 4) 4
7. Решите уравнение: $\sqrt{-5x-1} = 1-x$.
   1) $-1; -2$ 2) -1 3) 2 4) $-2; 1$
8. Пусть x_0 — неположительный корень уравнения: $\sqrt{4+2x-x^2} = x-2$. Найдите $3x_0+1$.
   1) 1 2) -8 3) -2 4) неположительных корней нет

Вариант №9

1. Решите уравнение: $\sqrt{5-x^2} = 3x$.
   1) $\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 3) $0{,}5$ 4) $-0{,}5$
2. Решите уравнение: $\sqrt{x^2+60} = \sqrt{23x}$.
   1) $20; 3$ 2) $-20; 3$ 3) 20 4) 3
3. Решите уравнение: $\sqrt{15-3x}-1 = x$.
   1) $2; -7$ 2) 2 3) -7 4) $-2; 7$
4. Решите уравнение: $\sqrt{1-x}-1 = x$.
   1) $-3; 0$ 2) $3; 0$ 3) 3 4) 0
5. Решите уравнение: $\sqrt{2-2x} = x+3$.
   1) $-7; -1$ 2) -1 3) -7 4) $7; 1$
6. Решите уравнение: $\sqrt{8-5x} = \sqrt{x^2-16}$.
   1) $-3; 8$ 2) $3; -8$ 3) -3 4) -8
7. Сколько корней имеет уравнение: $x = 2+\sqrt{2x-1}$?
   1) один 2) два 3) нет корней 4) три
8. Найдите наибольший корень уравнения: $\sqrt{3x+7} = x+3$.
   1) 2 2) -1 3) 1 4) -2

Вариант №10

1. Решите уравнение: $\sqrt{8+x}\cdot\sqrt{8-x} = x$.
   1) $4\sqrt{2}; -4\sqrt{2}$ 2) $8; -8$ 3) 32 4) $4\sqrt{2}$
2. Решите уравнение: $\sqrt{x^2+45}-\sqrt{18x} = 0$.
   1) $15; 3$ 2) $-15; 3$ 3) 3 4) -15
3. Решите уравнение: $\sqrt{-8x-7} = x$.
   1) $-7; -1$ 2) $7; 1$ 3) корней нет 4) -1
4. Решите уравнение: $\sqrt{x-1}+3 = x$.
   1) $-5; -2$ 2) 5 3) $5; 2$ 4) 2
5. Решите уравнение: $\sqrt{3x^2-12x+12} = x-2$.
   1) $2; -2$ 2) 2 3) -2 4) нет корней
6. Пусть x_0 — корень уравнения $\sqrt{8-6x-x^2} = x+6$. Найдите $3-x_0$.
   1) 5 2) 10 3) 1 4) -4
7. Решите уравнение: $\sqrt{4-6x-x^2}-x = 4$. В ответе укажите корень уравнения или сумму корней, если их несколько.
   1) -7 2) -6 3) -1 4) корней нет
8. Укажите промежуток, которому принадлежат все корни уравнения: $\sqrt{3x+7} = x+3$.
   1) $[1; 3)$ 2) $(-3; -1]$ 3) $[-1; 2]$ 4) $(-2; -1)$

Модельные ответы к тесту «Простейшие иррациональные уравнения»

№	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	2	2	2	2	3	3	1
2	2	2	4	2	3	1	1	4
3	1	4	1	3	1	2	1	2
4	1	2	1	3	3	1	1	4
5	2	2	3	3	4	1	1	1
6	1	1	1	1	4	1	3	2
7	1	1	1	2	3	2	3	3
8	2	1	1	2	2	2	1	4
9	2	1	2	4	2	4	1	2
10	4	1	3	2	2	1	3	2

Контрольные вопросы:

1. Какое уравнение называется иррациональным?
2. В каких случаях появляются посторонние корни иррационального уравнения?
3. Каким способом может быть устранено появление посторонних корней?

Самостоятельная работа по теме «Иррациональные уравнения»

Цель: закрепление умений по решению иррациональных уравнений. Знать алгоритм решения иррационального уравнения. Уметь решать иррациональные уравнения, выбирать наиболее предпочтительные способы их решения. Самостоятельно осуществить проверку, используя модельные ответы.

Задание: Решить уравнения, записи вести в тетради. Выполнить проверку по модельным ответам. Варианты определяет преподаватель. Всего 10 вариантов. Выполнить самопроверку.

Критерии оценивания: «5» - выполнено 3задания; «4» - выполнено 2 задания;
«3» - выполнено 1 задание; «2» - не выполнено, допущены ошибки**.**

Форма выполнения задания: – самостоятельная работа, оформленная в тетради**.**

Методические указания: Пример1.

$$\sqrt{2x^2+4x-23}=x+1$$

Воспользуемся методом возведения в квадрат

$$2x^2+4x-23=(x+1)^2$$

$$2x^2+4x-23=x^2+2x+1$$

$$x^2+2x-24=0$$

Воспользуемся теоремой Виета, получим корни данного уравнения x=4 и x=-6.

Выполним проверку

$$\sqrt{2(4)^2+4\cdot 4-23}=4+1, \text{т. е.} \sqrt{25}=5 - \text{верно}$$

$$\sqrt{2(-6)^2+4\cdot(-6)-23}=-6+1, \text{т. е.} \sqrt{25}=-5 - \text{не верно.}$$

У нас получилось, что только один корень подходит. Таким образом, опять же убедились в том, что проверку корней необходимо проводить всегда!

Пример 2. Решить уравнение

$$x-4\sqrt{x}-21=0$$

Решение. При решении данного уравнения воспользуемся методом введения новой переменой, представим $t=\sqrt{x}$, тогда исходное уравнение примет вид

$$t^2-4t-21=0$$

$$(t-7)(t+3)=0$$

Введя обратную замену

$$\sqrt{x}=7 \text{ и } \sqrt{x}=-3$$

Из первого выражения x=49, а второе не имеет смысла.

Ответ: x=49.

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1. $\sqrt{3x+1}+1=x$ 2. $\sqrt{x+9}-\sqrt{32-x}=1$ 3. $\sqrt{33-4x}=x-3$	1. $3-\sqrt{5-x}=x$ 2. $2-\sqrt{5x}+\sqrt{2x-1}=0$ 3. $\sqrt{3x+1}=x-1$	1. $1+\sqrt{x+1}=x-4$ 2. $\sqrt{x-1}-\sqrt{2x-9}=-1$ 3. $\sqrt{6x+31}=x+4$
Вариант 4 1. $2-\sqrt{3-x}=x-1$ 2. $\sqrt{x+5}+\sqrt{20-x}=7$ 3. $\sqrt{2x+4}=x-2$	**Вариант 5** 1. $3+\sqrt{8+x}=1-x$ 2. $\sqrt{12+x}-\sqrt{7x+8}=-2$ 3. $\sqrt{y+10}=2-y$	**Вариант 6** 1. $1-\sqrt{21-x}=2-x$ 2. $\sqrt{x+4}-\sqrt{2x+6}=-1$ 3. $\sqrt{x-3}=5-x$
Вариант 7 1. $2+\sqrt{x+6}=x-4$ 2. $\sqrt{x+20}-\sqrt{14-x}=2$ 3. $\sqrt{5-2x}=1-x$	**Вариант 8** 1. $5-\sqrt{3+x}=4-x$ 2. $\sqrt{14+x}-\sqrt{7+x}=1$ 3. $\sqrt{2x+10}=x+1$	**Вариант 9** 1. $\sqrt{2x+5}-4=x-3$ 2. $\sqrt{4+x}-\sqrt{2x+1}=-1$ 3. $\sqrt{x+1}=x-5$
Вариант 10 1. $\sqrt{9-x}-2=x-5$ 2. $\sqrt{2x-1}-\sqrt{3x+1}=-1$ 3. $\sqrt{2x-1}=x-2$	**Вариант 10** 1. $\sqrt{9-x}-2=x-5$ 2. $\sqrt{2x-1}-\sqrt{3x+1}=-1$ 3. $\sqrt{2x-1}=x-2$	

Модельные ответы:

1в. 1. 5 2.16 3.6 2в. 1. 1, 2. 5, 3.5. 3в. 1.8, 2.17, 3. 3. 4в. 1.2;3, 2.4;11, 3. 6. 5в. 1.-4, 2. 4, 3. -1
6в. 1. 5, 2. 5, 3. 4, 7в. 1. 10, 2. 5, 3. -2. 8в. 1.1, 2. 2,3. 3. 9в. 1. 2, 2. 12, 3. 8. 10в. 1. 5,2. 5, 3. 5.

Контрольные вопросы:

1. Какие уравнения называются иррациональными?

2. Во всех ли иррациональных уравнениях необходимо делать проверку?

Самостоятельная работа по теме «Простейшие иррациональные неравенства»

Цель: закрепление умений по решению простейших иррациональных неравенств. Самостоятельно осуществить проверку, используя модельные ответы.

Задание: используя методические указания: таблицу «Иррациональные неравенства» (смотри ниже задания) решить неравенства, записи вести в тетради. Варианты определить самостоятельно. Всего 2 варианта.

Критерии оценивания: «5» - выполнено 5 заданий; «4» - выполнено 4 заданий; «3» - выполнено 3 заданий; «2» - выполнено менее половины от всего объема задания.

Форма выполнения задания: работа, оформленная в тетради.

Методические указания:

ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

Как правило, иррациональное неравенство сводится к равносильной системе (или совокупности систем) неравенств.

$\sqrt{f(x)} > \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) > g(x) \end{cases}$	$\sqrt{f(x)} \geq \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) \geq g(x) \end{cases}$
$\sqrt{f(x)} < g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) < g^2(x) \end{cases}$	$\sqrt{f(x)} \leq g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) \leq g^2(x) \end{cases}$
$\sqrt{f(x)} > g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} g(x) < 0 \\ f(x) \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) > g^2(x) \end{cases} \end{array} \right.$	$\sqrt{f(x)} \geq g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} g(x) < 0 \\ f(x) \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) \geq g^2(x) \end{cases} \end{array} \right.$

Примеры:

$$1.\ \sqrt{x+12} > \sqrt{4-x} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-x \geq 0 \\ x+12 > 4-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ 2x > -8 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x > -4 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-4;\ 4]$$

$$2.\ \sqrt{x+2} \geq x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x < 0 \\ x+2 \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x \geq 0 \\ x+2 \geq x^2 \end{cases} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2 \leq x < 0 \\ 0 \leq x \leq 2 \end{array} \right. \Leftrightarrow x \in [-2;\ 2]$$

Вариант 1.	Вариант 2.
Решить неравенство. 1.$\sqrt{3x-2}$ < -2 2. $\sqrt{x-2}$ < 5 3. $\sqrt{3-2x} \le 7$ 4. $\sqrt{x+2} \ge 3$ Решить уравнение 5.$\sqrt{5-x}$ - $\sqrt{5+x}$ = 2	Решить неравенство. 1.$\sqrt{4x-1}$ < -1 2. $\sqrt{x-3}$ < 2 3. $\sqrt{4-5x} \le 8$ 4. $\sqrt{x-7} \ge 2$ Решить уравнение 5.$\sqrt{12+x}$ - $\sqrt{1-x}$ = 1
Ответы:1. Нет решения 2. $2 \le x < 27$ 3. $-23 \le x \le 1{,}5$ 4. $x \ge 7$, 5. x=-4	Ответы:1. Нет решения 2. $3 \le x < 7$ 3. $-12 \le x \le 0{,}8$ 4. $x \ge 11$, 5. x=-3

Допонительное задание

Критерии оценивания: «5» - выполнено 13 заданий; «4» - выполнено 9-11 заданий; «3» - выполнено 7-9 заданий; «2» - выполнено менее половины от всего объема задания.

Форма выполнения задания: работа, оформленная в тетради.

Вариант 1

1. $\sqrt{x}+16=0$
2. $\sqrt{x-4}=3$
3. $\sqrt{x+1}=x-5$
4. $x-\sqrt{x}-6=0$
5. $\sqrt{3x-1}-\sqrt{x+2}=1$
6. $\sqrt[3]{-x}=3$
7. $\sqrt{4-2x}\ge 3$
8. $\sqrt{2+3x}<7$
9. $\sqrt{x+3}\ge -1$
10. $\sqrt{3x-7}\ge\sqrt{6x-8}$
11. $\sqrt{3x-x^2}<4-x$
12. $\sqrt{x+15}>5-x$
13. $(2x-7)\sqrt{x^2-9}\le 0$

Вариант 2

1. $25+\sqrt{x}=0$
2. $\sqrt{5-x}=4$
3. $\sqrt{2x-1}=x-2$
4. $7\sqrt{x}-2x+15=0$
5. $\sqrt{12+x}-\sqrt{1-x}=1$
6. $\sqrt[3]{x+8}=-1$
7. $\sqrt{4x-1}>2$
8. $\sqrt{4-2x}\le 2$
9. $\sqrt{x+1}\ge -4$
10. $\sqrt{3x+8}<\sqrt{2-3x}$
11. $\sqrt{14-5x}\le 2+x$
12. $\sqrt{x-3}>x-5$
13. $(x-1)\sqrt{6+x-x^2}\le 0$

Самостоятельная работа по теме «Простейшие показательные уравнения»

Цель: закрепление умений по решению простейших показательных уравнений.
Задание: Решить уравнения, записи вести в тетради. Варианты определяет преподаватель. Всего 10 вариантов.
Критерии оценивания: «5» - выполнено 5 заданий; «4» - выполнено 4 задания; «3» - выполнено 3 задания; «2» - выполнено 1-2 задания.

Методические указания:

Простейшие показательные уравнения

$$1).\ 2^{3x+4} = 2^{x-7} \Leftrightarrow 3x + 4 = x - 7 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3x - x = -7 - 4 \Leftrightarrow 2x = -11 \Leftrightarrow x = -5{,}5.$$

Ответ: - 5,5.

$$2).\ 5^{x^2-3x} = 1 \Leftrightarrow 5^{x^2-3x} = 5^0 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x(x-3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = 3. \end{array}\right.$$

Ответ: 0; 3.

Форма выполнения задания – работа, оформленная в тетради

Вариант 1 1) $6^{3x-21}=1$ 2) $2^{4x+2}=64$ 3) $3^{5x-10}=\frac{1}{81}$ 4) $5^{2x-3}=\sqrt[3]{25}$ 5) $(0{,}1)^{x-4}=100$	Вариант 2 1) $7^{2x+4}=1$ 2) $2^{3x-2}=128$ 3) $3^{5x-10}=\frac{1}{9}$ 4) $3^{2x-4}=\sqrt[3]{9}$ 5) $(0{,}01)^{x-2}=10$	Вариант 9 1) $3^{5x+10}=1$ 2) $9^{2x-4}=81$ 3) $10^{5x-9}=\frac{1}{10}$ 4) $6^{2x-3}=\sqrt[5]{36}$ 5) $(0{,}1)^{x+3}=10000$
Вариант 3 1) $11^{4x-16}=1$ 2) $3^{2x+3}=3$ 3) $6^{6x-10}=\frac{1}{36}$ 4) $2^{2x-4}=\sqrt[3]{16}$ 5) $(0{,}1)^{x+2}=1000$	Вариант 4 1) $5^{6x-12}=1$ 2) $4^{2x+4}=16$ 3) $2^{5x-9}=\frac{1}{2}$ 4) $7^{2x-3}=\sqrt[3]{49}$ 5) $(0{,}001)^{x+1}=10$	Вариант 10 1) $7^{9x+18}=1$ 2) $3^{2x-10}=81$ 3) $9^{3x-10}=\frac{1}{81}$ 4) $2^{2x-6}=\sqrt[5]{8}$ 5) $(0{,}01)^{x+4}=10000$
Вариант 5 1) $3^{7x-21}=1$ 2) $4^{2x+8}=64$ 3) $5^{4x-15}=\frac{1}{125}$ 4) $3^{4x-3}=\sqrt[3]{81}$ 5) $(0{,}1)^{x+9}=1000$	Вариант 6 1) $8^{2x+9}=1$ 2) $5^{3x+6}=125$ 3) $3^{5x-12}=\frac{1}{27}$ 4) $2^{2x-3}=\sqrt[3]{16}$ 5) $(0{,}01)^{x+4}=1000$	
Вариант 7 1) $2^{4x+12}=1$ 2) $6^{2x+6}=36$ 3) $8^{3x-10}=\frac{1}{64}$ 4) $2^{2x-7}=\sqrt[5]{16}$ 5) $(0{,}01)^{x+1}=100$	Вариант 8 1) $9^{3x+9}=1$ 2) $7^{3x+2}=49$ 3) $2^{5x-16}=\frac{1}{64}$ 4) $3^{2x-5}=\sqrt[4]{27}$ 5) $(0{,}1)^{x-4}=10$	

Самостоятельная работа по теме «Показательные уравнения»

Цель: закрепление умений по решению простейших уравнений.
Задание: Ответить на вопросы устно. Решить уравнения, записи вести в тетради. Варианты определяет студент.
Критерии оценивания: выбор задания.
Форма выполнения задания – работа, оформленная в тетради.
<u>Методические указания:</u>

Показательные уравнения.

Пример. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 27^y \cdot 3^x = 1 \\ 4^{x+y} - 2^{x+y} = 12 \end{cases}$$

Решение.
Рассмотрим оба уравнения системы по отдельности:

$$27^y \cdot 3^x = 1 \qquad 3^{3y} \cdot 3^x = 3^0 \qquad 3^{3y+x} = 3^0 \qquad x + 3y = 0$$

Рассмотрим второе уравнение:

$$4^{x+y} - 2^{x+y} = 12 \qquad 2^{2(x+y)} - 2^{x+y} = 12$$

Воспользуемся методом замены переменных, пусть $y = 2^{x+y}$
Тогда уравнение примет вид:

$$y^2 - y - 12 = 0$$
$$(y-4)(y+3) = 0$$
$$y_1 = 4 \text{ и } y_2 = -3$$

Метод разложения на множители

Решите уравнение $2 \cdot 3^{x+1} - 6 \cdot 3^{x-1} - 3 = 9$,

$$3^{x-1}(2 \cdot 3^2 - 6 - 3^1) = 9,$$
$$3^{x-1} \cdot 9 = 9,$$
$$3^{x-1} = 1,$$
$$3^{x-1} = 3^0,$$
$$x - 1 = 0,$$
$$x = 1.$$

Ответ:x=1.

Пример 3. Решите уравнение:

$$(2^x)^2 \cdot 2^{-3} = 2^{5x}$$

Применив свойства степеней, получаем:

$$2^{2x-3} = 2^{5x}$$
$$2x - 3 = 5x$$
$$3x = -3$$
$$x = -1$$

Вопросы для самоконтроля:
1. Что называют показательным уравнением?
2. Охарактеризуйте методику решения показательных уравнений.

Практические задания:
Решить показательные уравнения:

<u>Задание на «3».</u>
1) $3^{x-3} = 27$
2) $10^{4-2x} = 10$
3) $2^x = 32$
4) $4^{-2x+4} = 4^{2-3x}$

<u>Задание на «4:</u>
1) $7^{x^2-8x+15} = 1$
2) $\left(\frac{1}{4}\right)^x = 64$
3) $7^{2x-4} = 49^{5-4x}$
4) $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2} = 8^{3x+4}$

<u>Задание на «5»:</u>
1) $\sqrt{2^x} = 4$
2) $10^{\frac{1}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + 3} = 1$
3) $3^{x^2} * 3^{9x} = 3^{-20}$
4) $9^x - 8 * 3^x + 15 = 0$

Самостоятельная работа по теме «Простейшие показательные неравенства»

Цель: закрепление умений по решению простейших показательных неравенств, при выполнении теста. Самостоятельно осуществить проверку, используя модельные ответы.
Задание: выполнить тест, записи вести в тетради. Варианты по журналу, для нечетных номеров-1 вариант, для четных- 2 вариант. Всего 2 варианта.
Критерии оценивания: «5» - выполнено 9-10 заданий; «4» - выполнено 7-8 заданий;
«3» - выполнено 5-6 заданий; «2» - выполнено менее половины от всего объема задания.

Методические указания:

Форма выполнения задания – работа, оформленная в тетради

Тест по теме «Показательные неравенства» Вариант1

1. Сравните: $5^x \cdot 2^x \quad ?\ 10^x$
   A) $>$ B) $<$ C) $=$
2. Решите неравенство: $\left(\frac{3}{8}\right)^x < \left(\frac{3}{8}\right)^y$
   A) $x<y$ B) $x>y$ C) $x=y$
3. Укажите показательную функцию:
   A) $y=3^x$ B) $y=x-2$ C) $y=x^5$
4. Вычислите и сравните с 1: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$
   A) >1 B) <1 C) $=1$
5. Решите неравенство: $8^x>1$
   A) $x>0$ B) $x<0$ C) $x\le 0$
6. Решите неравенство: $3^{-x}>27$
   A) $x>-3$ B) $x<-3$ C) $x>3$
7. Решите неравенство: $6^{3-x}>216$

A) $x > 0$ B) $x < 0$ C) $x > 6$

8. Решите неравенство: $10^x > 1000$

A) $x < 3$ B) $x > 3$ C) $x > 100$

9. Решите неравенство: $0{,}6^x > 0{,}36$

A) $x < 2$ B) $x > -2$ C) $x > 2$

10. Решите неравенство: $3^{x+1} + 3^x > 12$

A) $x > 0$ B) $x > 1$ C) $x < 1$

Тест по теме «Показательные неравенства» Вариант 2

1. Сравните: $18^x \quad ? \quad 6^x \cdot 3^x$

A) $>$ B) $<$ C) $=$

2. Решите неравенство: $\left(\frac{12}{11}\right)^x < \left(\frac{12}{11}\right)^y$

A) $x < y$ B) $x > y$ C) $x = y$

3. Укажите показательную нкцию:

A) $y = 2x + 4$ B) $y = 14^x$ C) $y = x^7$

4. Вычислите и сравните с 1: $\left(\frac{1}{7}\right)^3$

A) > 1 B) < 1 C) $= 1$

5. Решите неравенство: $12^x < 1$

A) $x > 0$ B) $x < 0$ C) $x \leq 0$

6. Решите неравенство: $4^{-x} > 256$

A) $x < -4$ B) $x > -4$ C) $x = 4$

7. Решите неравенство: $7^{-2x} > 49$

A) $x > 0$ B) $x > -1$ C) $x < -1$

8. Решите неравенство: $10^x > 10000$

A) $x < 4$ B) $x > 4$ C) $x > 1000$

9. Решите неравенство: $0{,}4^x > 0{,}16$

A) $x < 2$ B) $x > -2$ C) $x > 2$

10. Решите неравенство: $6^{x+1} + 6^x > 42$

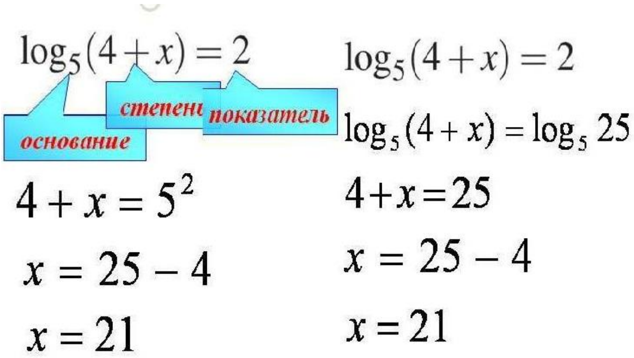
A) $x > 0$ B) $x > 1$ C) $x < 1$

Ответы к тесту по теме «Показательные неравенства».

ОТВЕТЫ:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B1	C	B	A	A	A	B	B	A	C	B
B2	C	B	B	B	B	B	B	B	A	C

Самостоятельная работа по теме « Решение логарифмических уравнений и неравенств»

Цель: повторить логарифмическую функцию, её график и свойства по конспектам и ответить на вопросы. Тренировка и отработка знаний и умений по теме.
Задание: выполнить решение уравнений и неравенств, записи вести в тетради. Варианты по журналу, для нечетных номеров-1 вариант, для четных- 2 вариант, кратные трем- 3 вариант. Всего 3 варианта. Устно ответить на вопросы.
Критерии оценивания: «5» - выполнено 9 уравнений+6 неравенств; «4» - выполнено 7-8 уравнений +5 неравенств; «3»- выполнено 6 или 5 уравнений +4или 3 неравенства; «2» - выполнено менее половины от всего объема задания.
Методические указания: Решение простейших логарифмических уравнений:



Форма выполнения задания – работа, оформленная в тетради

Вариант 1.

Решите уравнение:

1. $\log_2(4-x)=7$
2. $\log_5(4+x)=2$
3. $\log_5(5-x)=\log_5 3$
4. $\log_4(x+3)=\log_4(4x-15)$
5. $\log_{\frac{1}{7}}(7-x)=-2$
6. $\log_3(5-x)=2\log_3 5$
7. $\log_7(x^2+5x)=\log_7(x^2+6)$
8. $\log_4(5+6x)=\log_4(3+4x)+1$

9. решите уравнение: $\log_{x+6}32=5$ Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них

Вариант 2

Решите уравнение:

1. $\log_2(7-x)=6$
2. $\log_2(3+x)=5$
3. $\log_5(1+x)=\log_5 4$
4. $\log_4(x+8)=\log_4(5x-4)$
5. $\log_{\frac{1}{8}}(13-x)=-2$
6. $\log_2(11-x)=4\log_2 5$
7. $\log_3(x^2+4x)=\log_3(x^2+4)$
8. $\log_4(5-x)=\log_4(2-x)+1$
9. решите уравнение $\log_{x+1}49=2$: Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них

Вариант 3

Решите уравнение:

1. $\log_6(3-x)=2$
2. $\log_2(8+x)=3$
3. $\log_2(16+x)=\log_2 3$
4. $\log_{\frac{1}{4}}(9-5x)=-3$
5. $\log_9(x+6)=\log_9(4x-9)$
6. $\log_2(9-x)=2\log_2 3$
7. $\log_5(x^2+4x)=\log_5(x^2+11)$
8. $\log_3(7+2x)=\log_3(3-2x)+2$
9. решите уравнение: $\log_{x-2}16=2$Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них

Логарифмические неравенства

Неравенства вида $\log_a f(x) > \log_a g(x)$, *где* $a \neq 1$, $a > 0$ *называют* *логарифмическими неравенствами*

$$\log_a f(x) > \log_a g(x)$$

$a > 1$:
$$\begin{cases} f(x) > g(x), \\ f(x) > 0, \\ g(x) > 0. \end{cases}$$

$0 < a < 1$:
$$\begin{cases} f(x) < g(x), \\ f(x) > 0, \\ g(x) > 0. \end{cases}$$

или

$$\log_{a(x)} f(x) > \log_{a(x)} g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} (a(x)-1)(f(x)-g(x)) > 0, \\ f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ a(x) > 0. \end{cases}$$

1. Решите неравенства:

1). $\log_2(8-x)<1;$ 2). $\log_{\frac{1}{3}}(x+1)\geq\log_{\frac{1}{3}}(3-x);$

3). $\log_2 x+\log_2(x-1)\leq 1;$ 4). $\log_{0,8}(2x^2-9x+4)\geq 2\log_{0,8}(x+2);$

5). $\log_3^2 x-\log_3 x>2;$ 6). $\log_{\frac{1}{2}}\log_5(x^2-4)>0.$

Вариант 2.

1. Решите неравенства:

1). $\log_3(x-2)<2;$ 2). $\log_{\frac{1}{2}}(2x-4)\geq\log_{\frac{1}{2}}(1+x);$

3). $\log_2(x-3)+\log_2(x-2)\leq 1;$ 4). $\log_{0,8}(2x^2+3x+1)\geq 2\log_{0,8}(x-1);$

5). $\log_2^2 x+2\log_2 x>3;$ 6). $\log_{\frac{1}{3}}\log_4(x^2-9)>0.$

Вариант 3.

1. Решите неравенства:

1). $\log_2(8-x)<1;$ 2). $\log_{\frac{1}{3}}(x+1)\geq\log_{\frac{1}{3}}(3-x);$

3). $\log_2 x+\log_2(x-1)\leq 1;$ 4). $\log_{0,8}(2x^2-9x+4)\geq 2\log_{0,8}(x+2);$

5). $\log_3^2 x-\log_3 x>2;$ 6). $\log_{\frac{1}{2}}\log_5(x^2-4)>0.$

Контрольные вопросы: Вопросы – задания, на которые студент отвечает «да» или «нет». Правильный ответ в скобках отмечен.

1. Логарифмическая функция y=log a x определена при любом x. (-)
2. Функция y=log ax логарифмическая при a>0, a=0, x>0. (+)
3. Область определения логарифмической функции является множество действительных чисел.(-)
4. Область значений логарифмической функции является множество действительных чисел.(+)
5. Логарифмическая функция – четная.(-)
6. Логарифмическая функция – нечетная.(-)
7. Функция y=log 3x – возрастающая.(+)
8. Функция y=logax при 0<a<1 – возрастающая.(-)
9. Логарифмическая функция имеет экстремум в точке (1;0).(-)
10. График функции y=log ax пересекается с осью OX.(+)
11. График логарифмической функции находится в верхней полуплоскости.(-)
12. График логарифмической функции симметричен относительно OX.(-)
13. График логарифмической функции всегда находится в I и IV четвертях.(+)
14. График логарифмической функции всегда пересекает OX в точке (1;0).(+)
15. Существует логарифм отрицательного числа.(-)
16. Существует логарифм дробного положительного числа.(+)
17. График логарифмической функции проходит через точку (0;0).(-)

Правильные ответы отмечены в скобках «да»= «+» или «нет»= «-»

Самостоятельная работа по теме «Решение логарифмических уравнений»

Цель: повторить свойства логарифмов, определение логарифма; уметь применять при решении уравнений.

Задание: реши логарифмические уравнеия и систему уравнений,всего 3 варианта. Преподаватель определяет вариант. Предварительно повтори свойства логарифмов, определение логарифма. Используй справочный материал. Сравни с представленными ответами. Найди ошибки, проведи работу над ошибками.

Критерии оценивания: «5» - выполнено 4 задания; «4» - выполнено 3 задания; «3» - выполнено2 задания; «2» - выполнено менее 2 заданий.

Методические указания: Для решения логарифмических уравнений необходимо знать определение логарифма, свойства логарифмической функции, знать и уметь применять основные свойства логарифмов.**1.** $a^{\log_a x} = x$

2. $\log_a x_1 \cdot x_2 = \log_a x_1 + \log_a x_2$

3. $\log_a \dfrac{x_1}{x_2} = \log_a x_1 - \log_a x_2$

4. $\log_a x^n = n \cdot \log_a x$

Методы решения логарифмических уравнений

1. Простейшее логарифмическое уравнение.

Простейшее логарифмическое уравнение имеет вид:

$$\log_a x = b, \quad a > 0,\ a \neq 1 \quad \text{О.Д.З.: } x > 0.$$

Всегда имеет единственное решение:

$$\log_a x = b$$
$$x = a^b$$

2. Логарифмические уравнения, решаемые потенцированием.

Этим методом решается большинство логарифмических уравнений. Если уравнение, в котором содержатся логарифмические функции различных аргументов, с помощью равносильных преобразований приводится к виду: $\log_a f(x) = \log_a g(x), \quad a > 0,\ a \neq 1,$

то оно решается потенцированием. Учитывая ОДЗ каждой логарифмической функции, входящей в уравнение, потенцируем: $\log_a f(x) = \log_a g(x)$

$f(x) = g(x)$ Т.е. от логарифмического уравнения переходим к уравнению с аргументами логарифмических функций левой и правой частей уравнения, полученных в результате равносильных преобразований.

3. Логарифмические уравнения, решаемые введением новой переменной. Уравнение, решается заменой переменной и сводится к решению простейших логарифмических уравнений. Например, квадратное уравнение: $\alpha \cdot \log_a^2 x + \beta \cdot \log_a x + \gamma = 0, \qquad a > 0,\ a \neq 1, \quad \alpha, \beta, \gamma - const,$ О.Д.З.: $x > 0$ Замена $\log_a x = t$, причем $\log_a^2 x = (\log_a x)^2 = t^2$.

Решается полученное квадратное уравнение $\alpha \cdot t^2 + \beta \cdot t + \gamma = 0$.

Затем производится обратная замена, и решаются простейшие логарифмические уравнения.

4. Логарифмические уравнения, решаемые логарифмированием.

Рассмотрим логарифмическое уравнение вида $[f(x)]^{\log_a g(x)} = h(x),\ a > 0,\ a \neq 1.$

Логарифмированием обеих частей уравнения по данному основанию *a* уравнение такого вида сводится к уравнению относительно одной логарифмической функции и решается с помощью замены переменной. При решении такого вида логарифмических уравнений необходимо правильно устанавливать ОДЗ. $[f(x)]^{\log_a g(x)} = h(x),$ ОДЗ: $\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ h(x) > 0. \end{cases}$

Логарифмируем обе части уравнения по основанию *a* и используем свойства логарифмов:

$$[f(x)]^{\log_a g(x)} = h(x),$$

$$\log_a [f(x)]^{\log_a g(x)} = \log_a h(x),$$
$$\log_a g(x) \cdot \log_a f(x) = \log_a h(x).$$

После дальнейших преобразований получится логарифмическое уравнение, решаемое заменой переменной.

6. Графическое решение логарифмических уравнений.

Решить графически логарифмическое уравнение, значит в одной системе координат построить графики левой и правой частей уравнения. Корнями уравнения являются абсциссы точек пересечения построенных графиков функций.

Примеры:№1. **Решить уравнение** $\log_2 x^2 = 4$.

Устанавливаем О.Д.З.: $x \neq 0$. Рассмотрим 2 способа решения.

а) Приводим уравнение к виду, в котором можно потенцировать. Для этого прологарифмируем правую часть уравнения по основанию 2:

$$4 = 4 \cdot 1 = 4 \cdot \log_2 2 = \log_2 2^4 = \log_2 16$$

Тогда получится: $\log_2 x^2 = \log_2 16$

$$x^2 = 16$$
$$x = \pm 4$$

Оба корня входят в О.Д.З. уравнения. Ответ: $\{\pm 4\}$.

б) Используем свойство логарифмов с учетом О.Д.З. уравнения:

$$\log_a x^n = n \log_a |x|.$$

Получаем: $2\log_2 |x| = 4$

$$\log_2 |x| = 2$$
$$|x| = 2^2$$
$$|x| = 4$$
$$x = \pm 4$$

Ответ: $\{\pm 4\}$.

№2: $\log_5^2 x + \log_5 x - 2 = 0$. О.Д.З.: $x > 0$

В это уравнение входит одна и та же логарифмическая функция $\log_5 x$.

Делаем замену $\log_5 x = t$, тогда $\log_5^2 x = (\log_5 x)^2 = t^2$.

Получаем квадратное уравнение: $t^2 + t - 2 = 0$ $t_1 = -2$, $t_2 = 1$

Делаем обратную замену и находим корни логарифмического уравнения:

$\log_5 x = -2$ $\log_5 x = 1$

$x = 0{,}04$ $x = 5$

Оба корня входят в О.Д.З. уравнения.

Ответ: $\{0{,}04; 5\}$.

№3.Решить уравнение $16\log_{16}^2 x + \dfrac{1}{\log_x 2} - 6 = 0$. О.Д.З.: $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$.

Приводим логарифмы к одному основанию:

$$\log_{16}^2 x = (\log_{16} x)^2 = (\log_{2^4} x)^2 = \left(\frac{1}{4}\log_2 x\right)^2 = \frac{1}{16}\log_2^2 x, \qquad \frac{1}{\log_x 2} = \log_2 x.$$

Тогда получаем:

$$16 \cdot \frac{1}{16}\log_2^2 x + \log_2 x - 6 = 0$$
$$\log_2^2 x + \log_2 x - 6 = 0$$

Делаем замену $\log_2 x = t$.

$t^2 + t - 6 = 0$

$t_1 = -3$ $\quad$ $t_2 = 2$

Обратная замена: $\log_2 x = -3$ $\qquad$ $\log_2 x = 2$

$x = \frac{1}{8}$ $\qquad$ $x = 4$ Ответ: $\{1/8;\, 4\}$

Оба корня входят в О.Д.З. уравнения.

Форма выполнения задания – самостоятельная работа, оформленная письменно в тетради

ВАРИАНТ 1.

1. Решить уравнения:

1) $\log_6(2x-5)=2$ $\quad$ 2) $\log_4(3x+1)-\log_4(x+2)=1$ $\quad$ 3) $\lg^2 x+\lg\frac{1}{x}-2=0$

2. Решить систему уравнений: $\begin{cases}\log_3 x = 2+\log_3 y,\\ x\cdot(y-2)=27.\end{cases}$

ВАРИАНТ 2.

1. Решить уравнения:

1) $\log_{\frac{1}{3}}(5x-6)+3=0$ $\quad$ 2) $\log_2 8x-3=\log_2 5$ $\quad$ 3) $\log^2_{0,2} x+\log_{0,2} x^2=3$

2. Решить систему уравнений: $\begin{cases}\log_{0,5} x+\log_{0,5} y=-1,\\ x=2y+3.\end{cases}$

ВАРИАНТ 3.

1. Решить уравнения:

1) $\log_3(7x+1)=-1$ $\quad$ 2) $\lg(4x+5)-\lg(5x+2)=0$ $\quad$ 3) $\log^2_4 x+\log_4\sqrt{x}=1{,}5$

2. Решить систему уравнений: $\begin{cases}\log_2 x+\log_2 y=2,\\ x=4y+15.\end{cases}$

Ответы.

Вариант 1.	1.1. {20,5}	1.2. Ø	1.3. $\{1/10; 100\}$	2. (27; 3)
Вариант 2.	1.1. {6,6}	1.2. {5}	1.3. $\{1/5; 125\}$	2. $(4; 1/2)$
Вариант 3.	1.1. $\{-2/21\}$	1.2. {3}	1.3. {3; 9}	2. $(16; 1/4)$

Контрольные вопросы:

1.Какие уравнения называются логарифмическими?

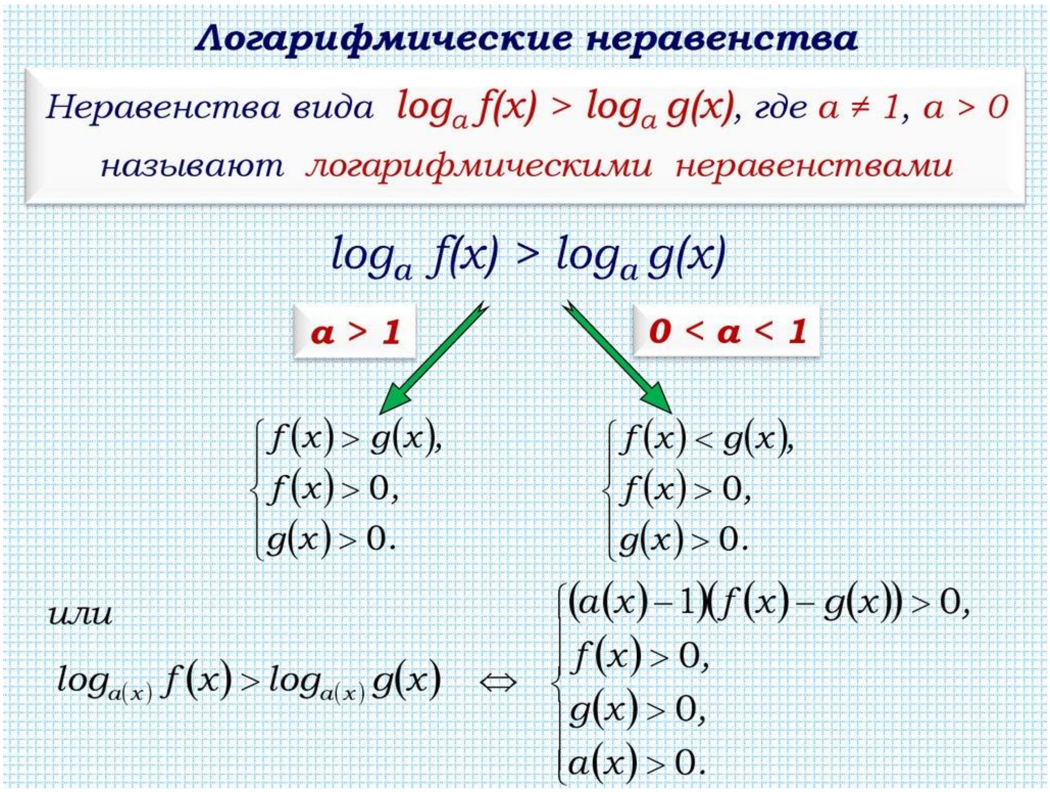
2. При решении логарифмических уравнений необходимо устанавливать ОДЗ?

Самостоятельная работа по теме «Решение логарифмических неравенств»

Цель: повторить свойства логарифмов, определение логарифма; уметь применять при решении неравенств.
Задание: реши неравенства, предварительно повтори свойства логарифмов, определение логарифма. Используй справочный материал. Сравни с представленными ответами. Найди ошибки, проведи работу над ошибками.
Критерии оценивания: «5» - выполнено 5; «4» - выполнено 4 задания; «3» - выполнено3 задания; «2» - выполнено менее 2 заданий.
Реши неравенства

1. $\log_2(2x+4) > \log_2 3$. Ответы: $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$
2. $\log_{\frac{1}{3}} x > -2$; $(0; 9)$
3. $\log_4 x > 0{,}5$; $(2; +\infty)$
4. $\log_3 x - 3\log_3 x - \log_{81} x > 1{,}5$; $\left(0; \frac{1}{9}\right)$
5. $\log_3(x-1) + \log_3(x+5) < \log_3(5x+1)$; $(1;3)$

Методические указания: Разобрать примеры решения типовых примеров в лекционном материале и используй таблицу:



Форма выполнения задания: письменное решение неравенств в тетради. Запись задания и ответа обязательно.

Контрольные вопросы:

1.Какие неравенства называются логарифмическими?
2. При решении логарифмических неравенств необходимо учитывать ОДЗ?

Самостоятельная работа. Обобщающий тест по теме: Решение иррациональных, показательных, логарифмических уравнений и неравенств.

Цель: проверка знаний по теме и подготовка к контролю знаний.
Задание. Выполнить тест, ответы записать в таблицу. Решение уравнений и неравенств записывать в тетрадь, можно в любом порядке. Всего 1 вариант. Самопроверка возможна, есть модельный ответ.
Критерии оценивания: «5» - выполнено 11-12 заданий; «4» - выполнено 8-10 заданий; «3» - выполнено 6-7 заданий; «2» - выполнено менее половины от всего объема задания.
Методические указания: Прочитать указанные страницы, рассмотреть примеры на стр 26; 30; 35; 37; 46; 233;236.
Литература: Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учеб. для студ. учреждений сред. проф. образования /М.И.Башмаков.-4-е изд., стер.-М. :Издательский центр «Академия»,2017.-256с.
Форма выполнения задания: Выполнить тест, ответы записать в таблицу.Тест с модельным ответом.

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ответа												

Задания теста.

№1.Сколько корней имеет уравнение

$\sqrt{x-1}+x=3$ 1)Одно; 2)два; 3)нет корней

№2.Решите уравнение $\sqrt{\sqrt[x]{2}}=2$ 1)0,5; 2)Нет корней; 3)2

№3.Решите уравнение $\sqrt[3]{x-2}+\sqrt{3x-5}=3$ 1)2; 2)3; 3)4

№4.Решите неравенство $\sqrt{x^2-x}<\frac{6}{\sqrt{x^2-x}}$ (–2;0);(1;3); 2)(1;3); 3)(–2;0)

№5.Решить неравенство $7^x\le\frac{1}{49}$. 1) $(2;+\infty)$; 2) $(-\infty;-2]$; 3) $[-2;+\infty)$.

№6. Решить уравнение $4^x\cdot5^x=400$. 1)2; 2) -2; 3)3.

№7. Решить уравнение $6^{x-3}=36$. 1). 4; 2) 1; 3) 5;

№8. Решить неравенство $5^x>125$. 1)(3;+∞); 2)(-∞;+∞); 3)[3; +∞);
№9. Найдите произведение корней уравнения: $\log_{\pi}(x^2+0{,}1)=0$
1) - 1,21; 2)- 0,9; 3)0,81
№10. Решите неравенство $\log_{0,8}(0{,}25-0{,}1x)>-1$
1. (-10; 2,5); 2.(2,5; + ∞); 3.(-10; + ∞).
11) Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения: $\log_2(64x^2)=6$
1).[9; 11]; 2)(3; 5); 3) [1; 3].
12)Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения : $\log_{1/3}(2x-3)^5=15$
1).[2; 5); 2)[5; 8); 3)[-3; 2);

Модельные ответы:

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
№ ответа	1	2	2	1	2	1	3	1	2	1	3	3

ТЕМА 1.5. ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ

Самостоятельная работа по теме: «Основы тригонометрии»
Цель: изучить историю возникновения тригонометрии, узнать применение на современном уровне; развитие мыслительной деятельности при работе с источниками информации.
Задание: подготовить сообщение или презентацию на тему «История тригонометрии и её роль в изучении естественно-математических наук». Раскрыть следующие вопросы: как возникла тригонометрия, основные этапы возникновения тригонометрии, понятие тригонометрии, ее сущность и особенности
Методические указания: рекомендации по составлению презентаций и требования к презентации
На первом слайде размещается:
✓ название презентации;
✓ автор: ФИО, группа, название учебного учреждения (соавторы указываются в алфавитном порядке);
✓ год.
На втором слайде указывается содержание работы, которое лучше оформить в виде гиперссылок (для интерактивности презентации).
На последнем слайде указывается список используемой литературы в соответствии с требованиями, интернет-ресурсы указываются в последнюю очередь.

Оформление слайдов	
Стиль	Необходимо соблюдать единый стиль оформления;
Фон	Для фона выбираются более холодные тона (синий или зеленый)
Использование цвета	На одном слайде рекомендуется использовать не более трех цветов: один для фона, один для заголовков, один для текста; для фона и текста используются контрастные цвета; особое внимание следует обратить на цвет гиперссылок (до и после использования)
Анимационные эффекты	Можно использовать возможности компьютерной анимации для представления информации на слайде; не стоит злоупотреблять различными анимационными эффектами; анимационные эффекты не должны отвлекать внимание от содержания информации на слайде
Представление информации	
Содержание информации	Использовать короткие слова и предложения; время глаголов должно быть везде одинаковым; заголовки должны привлекать внимание
Расположение информации на странице	Горизонтальное расположение информации; наиболее важная информация должна располагаться в центре экрана; если на слайде располагается картинка, надпись должна располагаться под ней.
Шрифты	Для заголовков не менее 24; для остальной информации не менее 18; для выделения информации следует использовать жирный шрифт, курсив или подчеркивание того же типа;
Способы выделения информации	Следует использовать: рамки, границы, заливку; разные цвета шрифтов, штриховку, стрелки; рисунки, диаграммы, схемы для иллюстрации наиболее важных фактов
Объем информации	Не заполнять один слайд слишком большим объемом информации; наибольшая эффективность достигается тогда, когда ключевые пункты отражаются по одному на каждом отдельном слайде.
Виды слайдов	Для обеспечения разнообразия следует использовать разные виды слайдов: с текстом, с таблицами, с диаграммами.

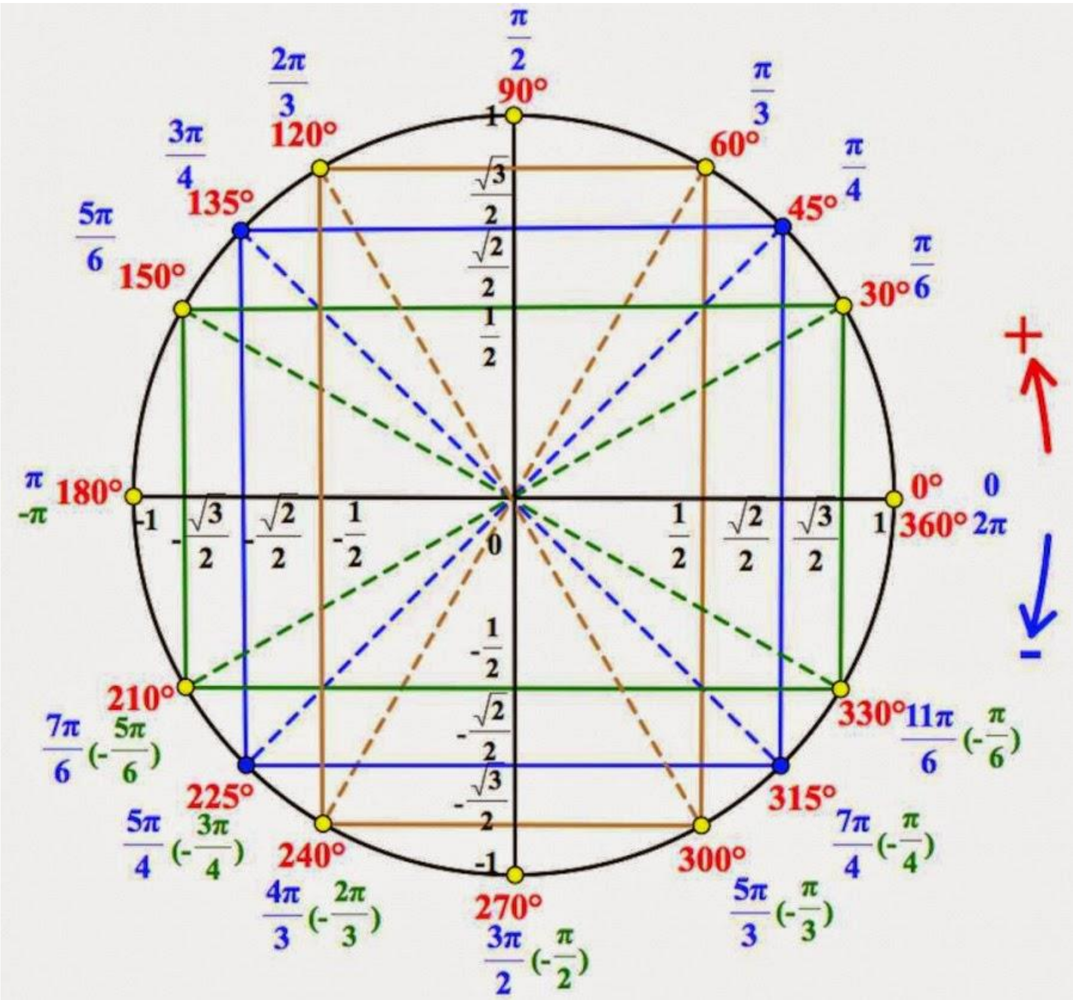
Прочитать указанные страницы, рассмотреть примеры на стр 93-104
Литература: Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учеб. для студ. учреждений сред. проф. образования /М.И.Башмаков.-4-е изд., стер.-М. :Издательский центр «Академия»,2017.-256с.

Форма выполнения задания: сообщение или презентация.

Самостоятельная работа по теме «Числовая окружность»

Цель: формирование понятий тригонометрической окружности, тригонометрических функций произвольных углов и ознакомление со свойствами и графиками этих функций;
Задание: изготовить модель тригонометрического круга на плотной бумаге формата А4.

Форма выполнения задания: модель тригонометрического круга на плотной бумаге.



Самостоятельная работа по теме
«Основное тригонометрическое тождество и следствия из него»

Цель: развитие навыков решения задач по теме «Преобразование тригонометрических выражений; изучение основных связей между тригонометрическими функциями одного и различных аргументов (тригонометрических формул) и их использование в преобразованиях тригонометрических выражений. Работа предназначена для закрепления знаний и умений по указанной теме.
Задание: выполнить один вариант самостоятельной работы, используя таблицу «Тригонометрические формулы»
Критерии оценивания: «5» -выполнено 7-8 заданий; «4» -выполнено 5-6 заданий; «3» - выполнено 4 задания; «2» - выполнено менее половины от всего объема задания
Форма выполнения задания: письменное выполнение работы в тетради.

1 вариант

1. Найдите значение выражения:

а) $\sin\frac{\pi}{6}-\cos\frac{\pi}{3}+2tg\frac{\pi}{4}$;

б) $\sin 315^\circ\cdot\cos 225^\circ+ctg 210^\circ\cdot tg 300^\circ$

2. Вычислите:

а) $\dfrac{\cos 120^\circ\cdot\cos 50^\circ+\sin 120^\circ\cdot\sin 50^\circ}{\cos 25^\circ\cdot\cos 45^\circ-\sin 25^\circ\cdot\sin 45^\circ}$;

б) $\cos^2\frac{\pi}{12}-\sin^2\frac{\pi}{12}$

3. Упростите выражения:

а) $2\sin(\pi+\alpha)\cdot\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)+tg(\pi-\alpha)\cdot ctg(2\pi+\alpha)$

б) $\dfrac{\sin 4\alpha-\sin 2\alpha}{\cos 4\alpha+\cos 2\alpha}$; в) $\dfrac{\sin^4\alpha-\cos^4\alpha}{2\sin\alpha\cdot\cos\alpha}$

4.Доказать тождество: $\dfrac{ctg\alpha}{tg\alpha+ctg\alpha}=\cos^2\alpha$

2 вариант

1. Найдите значение выражения:

а) $\sin\frac{\pi}{4}-\cos\frac{\pi}{4}+3tg\frac{\pi}{3}$;

б) $\cos 210^\circ\cdot\sin 300^\circ+ctg 45^\circ\cdot tg 225^\circ$

2. Вычислите:

а) $\dfrac{\sin 5^\circ\cdot\cos 25^\circ+\cos 5^\circ\cdot\sin 25^\circ}{\cos 80^\circ\cdot\cos 50^\circ+\sin 80^\circ\cdot\sin 50^\circ}$;

б) $2\cos\frac{\pi}{8}\cdot\sin\frac{\pi}{8}$

3. Упростите выражения:

а) $2\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)\cdot\sin(\pi+\alpha)+tg(\pi+\alpha)\cdot ctg(2\pi-\alpha)$

б) $\dfrac{\cos 3\alpha-\cos\alpha}{\sin 3\alpha+\sin\alpha}$; в) $\dfrac{1-(\sin\alpha-\cos\alpha)^2}{1-\cos^2\alpha}$

4. Доказать тождество: $\left(\sin\frac{\alpha}{2}-\cos\frac{\alpha}{2}\right)^2=1-\sin\alpha$

3 вариант

1. Найдите значение выражения:

а) $\sin\frac{\pi}{2}\cdot\cos\frac{\pi}{4}-\cos\frac{\pi}{3}\cdot tg\frac{\pi}{4}$;

б) $\sin 225^\circ\cdot\cos 300^\circ+tg 45^\circ\cdot ctg 135^\circ$

2. Вычислите:

а) $\dfrac{\cos 18^\circ\cdot\cos 12^\circ-\sin 18^\circ\cdot\sin 12^\circ}{\sin 23^\circ\cdot\cos 7^\circ+\cos 23^\circ\cdot\sin 7^\circ}$;

б) $\dfrac{2tg 15^\circ}{1-tg^2 15^\circ}$

3. Упростите выражения:

а) $tg\left(\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)\cdot\cos\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)$

б) $\dfrac{\sin 3\alpha-\sin\alpha}{\cos 3\alpha-\cos\alpha}$; в) $\dfrac{tg\alpha}{tg\alpha+ctg\alpha}$

4. Доказать тождество: $\dfrac{tg\alpha}{tg\alpha+ctg\alpha}=\sin^2\alpha$

4 вариант

1. Найдите значение выражения:

а) $\sin\frac{\pi}{3}\cdot\cos\pi-\cos\frac{\pi}{3}\cdot\sin\frac{\pi}{6}$;

б) $\cos 135^\circ\cdot\sin 210^\circ+ctg 300^\circ\cdot tg 315^\circ$

2. Вычислите:

а) $\dfrac{\sin 35^\circ\cdot\cos 5^\circ-\cos 35^\circ\cdot\sin 5^\circ}{\cos 20^\circ\cdot\cos 10^\circ-\sin 20^\circ\cdot\sin 10^\circ}$

б) $\dfrac{tg 73^\circ-tg 13^\circ}{1+tg 73^\circ\cdot tg 13^\circ}$

3. Упростите выражения:

а) $ctg\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\cdot\sin\left(2\pi-\frac{\pi}{3}\right)\cdot\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)$

б) $\dfrac{\cos 4\alpha+\cos 6\alpha}{\sin 4\alpha+\sin 6\alpha}$

4. Доказать тождество:

$(\sin\alpha+\cos\alpha)^2-1=\sin 2\alpha$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ

Свойства функций

$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$	$\sin(2\pi n+\alpha)=\sin\alpha$, $T_0=2\pi$
$\cos(-\alpha)=\cos\alpha$	$\cos(2\pi n+\alpha)=\cos\alpha$, $T_0=2\pi$
$tg(-\alpha)=-tg\alpha$	$tg(\pi n+\alpha)=tg\alpha$, $T_0=\pi$
$ctg(-\alpha)=-ctg\alpha$	$ctg(\pi n+\alpha)=ctg\alpha$, $T_0=\pi$

Основные тождества

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ $\qquad tg\alpha\cdot ctg\alpha=1$

$tg\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\dfrac{1}{ctg\alpha}$ $\qquad ctg\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\dfrac{1}{tg\alpha}$

$1+tg^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}=\sec^2\alpha$ $\qquad \sec\alpha=\dfrac{1}{\cos\alpha}$

$1+ctg^2\alpha=\dfrac{1}{\sin^2\alpha}=cosec^2\alpha$ $\qquad cosec\,\alpha=\dfrac{1}{\sin\alpha}$

Сумма углов

$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$

$tg(\alpha\pm\beta)=\dfrac{tg\alpha\pm tg\beta}{1\mp tg\alpha\, tg\beta}$

$ctg(\alpha\pm\beta)=\dfrac{ctg\alpha\, ctg\beta\mp1}{ctg\alpha\pm ctg\beta}$

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$

X	$\pi+\alpha$	$\pi-\alpha$	$2\pi+\alpha$	$2\pi-\alpha$	$\frac{\pi}{2}+\alpha$	$\frac{\pi}{2}-\alpha$	$\frac{3}{2}\pi+\alpha$	$\frac{3}{2}\pi-\alpha$
sinx	$-\sin\alpha$	$\sin\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$
cosx	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$\sin\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$
tgx	$tg\alpha$	$-tg\alpha$	$tg\alpha$	$-tg\alpha$	$-ctg\alpha$	$ctg\alpha$	$-ctg\alpha$	$ctg\alpha$
ctgx	$ctg\alpha$	$-ctg\alpha$	$ctg\alpha$	$-ctg\alpha$	$-tg\alpha$	$tg\alpha$	$-tg\alpha$	$tg\alpha$
f (x)	сохраняется				меняется			

$\sin\alpha=\pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}$ $\qquad \cos\alpha=\pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}$

$\sin\alpha=\dfrac{1}{\pm\sqrt{1+ctg^2\alpha}}$ $\qquad \cos\alpha=\dfrac{1}{\pm\sqrt{1+tg^2\alpha}}$

$\sin\alpha=\dfrac{tg\alpha}{\pm\sqrt{1+tg^2\alpha}}$ $\qquad \cos\alpha=\dfrac{ctg\alpha}{\pm\sqrt{1+ctg^2\alpha}}$

Сумма функций

$\sin\alpha\pm\sin\beta=2\sin\dfrac{\alpha\pm\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha\mp\beta}{2}$

$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$

$\cos\alpha-\cos\beta=2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\sin\dfrac{\beta-\alpha}{2}$

$tg\alpha\pm tg\beta=\dfrac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$

$ctg\alpha\pm ctg\beta=\dfrac{\sin(\beta\pm\alpha)}{\sin\alpha\sin\beta}$

$tg\alpha+ctg\beta=\dfrac{\cos(\alpha-\beta)}{\cos\alpha\sin\beta}$

$ctg\alpha-tg\beta=\dfrac{\cos(\alpha+\beta)}{\sin\alpha\cos\beta}$

$\cos\alpha\pm\sin\alpha=\sqrt2\sin(\frac{\pi}{4}\pm\alpha)=\sqrt2\cos(\frac{\pi}{4}\mp\alpha)$

$A\sin\alpha+B\cos\alpha=R\sin(\alpha+\varphi)$,

где $R=\sqrt{A^2+B^2}$, $\cos\varphi=\dfrac{A}{R}$, $\sin\varphi=\dfrac{B}{R}$

$f(\alpha)\to$ через $tg\frac{\alpha}{2}$ или $tg\alpha$

$\sin\alpha=\dfrac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1+tg^2\frac{\alpha}{2}}$ $\qquad \cos\alpha=\dfrac{1-tg^2\frac{\alpha}{2}}{1+tg^2\frac{\alpha}{2}}$ $\qquad \sin2\alpha=\dfrac{2tg\alpha}{1+tg^2\alpha}$ $\qquad \cos2\alpha=\dfrac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}$

$tg\alpha=\dfrac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1-tg^2\frac{\alpha}{2}}$ $\qquad ctg\alpha=\dfrac{1-tg^2\frac{\alpha}{2}}{2tg\frac{\alpha}{2}}$ $\qquad tg2\alpha=\dfrac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha}$ $\qquad ctg2\alpha=\dfrac{1-tg^2\alpha}{2tg\alpha}$

$2\alpha\to\alpha$

$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$

$\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$

$\cos2\alpha=1-2\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1$

$tg2\alpha=\dfrac{2}{ctg\alpha-tg\alpha}$

$ctg2\alpha=\dfrac{ctg^2\alpha-1}{2ctg\alpha}=\dfrac{ctg\alpha-tg\alpha}{2}$

$\frac{\alpha}{2}\to\alpha$

$\sin\dfrac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{2}}$ $\qquad \cos\dfrac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{2}}$

$tg\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}=\dfrac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}=\pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$

$ctg\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}=\dfrac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}=\pm\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}$

$3\alpha\to\alpha$

$\sin3\alpha=3\sin\alpha-4\sin^3\alpha$

$\cos3\alpha=4\cos^3\alpha-3\cos\alpha$

$tg3\alpha=\dfrac{3tg\alpha-tg^3\alpha}{1-3tg^2\alpha}$

$ctg3\alpha=\dfrac{ctg^3\alpha-3ctg\alpha}{3ctg^2\alpha-1}$

Произведение функций

$\sin\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)]$

$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)]$

$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\sin(\alpha-\beta)+\sin(\alpha+\beta)]$

$\cos\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)]$

$tg\alpha\, tg\beta=\dfrac{tg\alpha+tg\beta}{ctg\alpha+ctg\beta}$

$ctg\alpha\, ctg\beta=\dfrac{ctg\alpha+ctg\beta}{tg\alpha+tg\beta}$

$\sin(\alpha+\beta)\cdot\sin(\alpha-\beta)=\cos^2\beta-\cos^2\alpha$

$\cos(\alpha+\beta)\cdot\cos(\alpha-\beta)=\cos^2\beta-\sin^2\alpha$

$1-\cos\alpha=2\sin^2\dfrac{\alpha}{2}$

$1+\cos\alpha=2\cos^2\dfrac{\alpha}{2}$

$1-\sin\alpha=2\sin^2\left(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{\alpha}{2}\right)$

$1+\sin\alpha=2\sin^2\left(\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\alpha}{2}\right)$

Степень

$\sin^2\alpha=\frac{1}{2}(1-\cos2\alpha)$ $\qquad \cos^2\alpha=\frac{1}{2}(1+\cos2\alpha)$

$\sin^3\alpha=\frac{1}{4}(3\sin\alpha-\sin3\alpha)$ $\qquad \cos^3\alpha=\frac{1}{4}(3\cos\alpha+\cos3\alpha)$

$\sin^4\alpha=\frac{1}{8}(\cos4\alpha-4\cos2\alpha+3)$ $\qquad \cos^4\alpha=\frac{1}{8}(\cos4\alpha+4\cos2\alpha+3)$

Общий вид уравнений

$\sin x=a$	$x=(-1)^n\arcsin a+\pi n$	$,n\in Z$
$\cos x=a$	$x=\pm\arccos a+2\pi n$	$,n\in Z$
$tgx=a$	$x=arctg\,a+\pi n$	$,n\in Z$
$ctgx=a$	$x=arcctg\,a+\pi n$	$,n\in Z$

a	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt2}{2}$	$\frac{\sqrt3}{2}$	1	$\frac{1}{\sqrt3}$	$\sqrt3$
arcsin a	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$		
arccos a	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	0		
arctg a	0				$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$
arcctg a	$\frac{\pi}{2}$				$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$

помни:

знаменатель $\neq 0$

$\dfrac{1}{\sqrt2}=\dfrac{\sqrt2}{2}$

$\dfrac{1}{\sqrt3}=\dfrac{\sqrt3}{3}$

$\sin x\approx tgx\approx x$, если $x_{рад}\to 0$

Свойства

$\arcsin(-a)=-\arcsin a$ $\qquad \arccos(-a)=\pi-\arccos a$

$arctg(-a)=-arctg\,a$ $\qquad arcctg(-a)=\pi-arcctg\,a$

Особый случай

$\sin x=1$	$x=\frac{\pi}{2}+2\pi n$	$,n\in Z$
$\sin x=-1$	$x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n$	$,n\in Z$
$\sin x=0$	$x=\pi n$	$,n\in Z$
$\cos x=1$	$x=2\pi n$	$,n\in Z$
$\cos x=-1$	$x=\pi+2\pi n$	$,n\in Z$
$\cos x=0$	$x=\frac{\pi}{2}+\pi n$	$,n\in Z$
$tgx=0$	$x=\pi n$	$,n\in Z$
$ctgx=0$	$x=\frac{\pi}{2}+\pi n$	$,n\in Z$

Особые углы

$\sin x=\frac{1}{2}$, $x=(-1)^n\arcsin\frac{1}{2}+\pi n=(-1)^n\frac{\pi}{6}+\pi n$ $,n\in Z$

$\cos x=\frac{\sqrt2}{2}$, $x=\pm\arccos\frac{\sqrt2}{2}+2\pi n=\pm\frac{\pi}{4}+2\pi n$ $,n\in Z$

$tgx=\sqrt3$, $x=arctg\sqrt3+\pi n=\frac{\pi}{3}+\pi n$ $,n\in Z$

$\sin x=-\frac{\sqrt3}{2}$, $x=(-1)^n\arcsin(-\frac{\sqrt3}{2})+\pi n=(-1)^n(-\arcsin\frac{\sqrt3}{2})+\pi n=(-1)^n(-\frac{\pi}{3})+\pi n=(-1)^{n+1}\frac{\pi}{3}+\pi n$ $,n\in Z$

$\cos x=-\frac{\sqrt2}{2}$, $x=\pm\arccos(-\frac{\sqrt2}{2})+2\pi n=\pm(\pi-\arccos\frac{\sqrt2}{2})+2\pi n=\pm(\pi-\frac{\pi}{4})+2\pi n=\pm\frac{3}{4}\pi+2\pi n$ $,n\in Z$

Производные

$\sin' x=\cos x$ $\qquad \cos' x=-\sin x$

$tg' x=\dfrac{1}{\cos^2x}$ $\qquad ctg' x=-\dfrac{1}{\sin^2x}$

Первообразные

$f(x)=\sin x$	$F(x)=-\cos x+c$
$f(x)=\cos x$	$F(x)=\sin x+c$
$f(x)=\dfrac{1}{\cos^2x}$	$F(x)=tgx+c$
$f(x)=\dfrac{1}{\sin^2x}$	$F(x)=-ctgx+c$
$f(x)=tgx$	$F(x)=-\ln\lvert\cos x\rvert+c$
$f(x)=ctgx$	$F(x)=\ln\lvert\sin x\rvert+c$

$\boxed{(-1)^n(-1)=(-1)^{n+1}}$

Самостоятельная работа по теме:
«Графики тригонометрических функций y=sinx, y=cosx ».

Цель: построение графиков тригонометрических функций, с помощью преобразований; развитие навыков решения задач по теме «Построение геометрических преобразований (сдвиг и деформация) графиков тригонометрических функций»

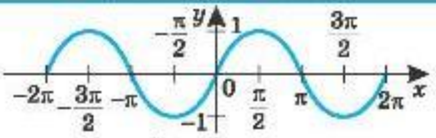
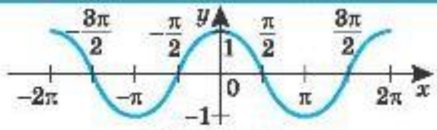
Задание: выполнить графическую работу по построению графиков тригонометрических функций и описать свойства функции. Выбрать свой вариант по номеру в журнале группы.

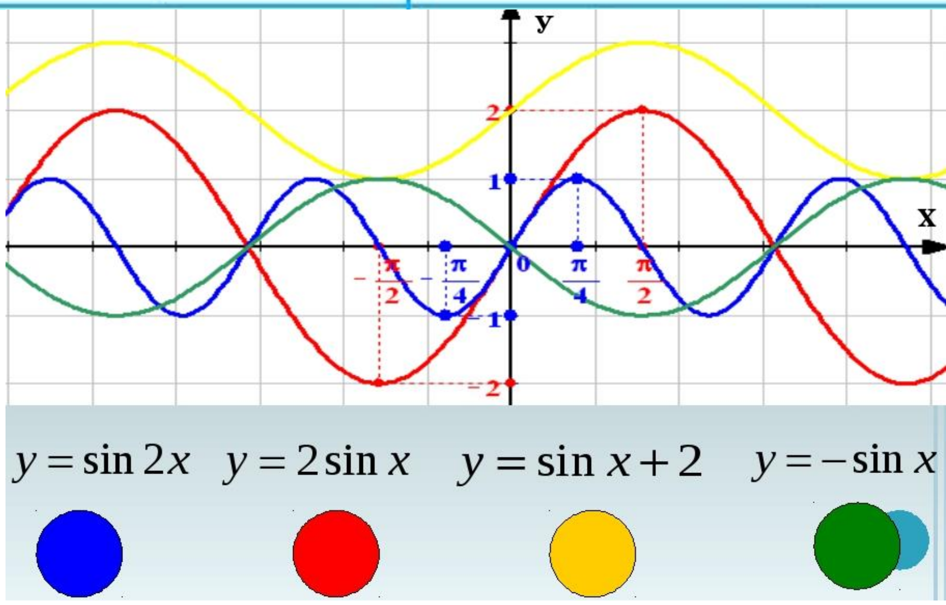
Критерии оценивания: оценка «5»-задание выполнено полностью и аккуратно, «4»-графики построены не аккуратно; «3»-графики не точны, построения небрежные; «2»-графики построены не правильно.

Форма выполнения задания: построение графика на бумаге на формате А-4.

Методические рекомендации:

Используйте таблицы : графики тригонометрических функций и их преобразования:

Функция $y = \sin x$	Функция $y = \cos x$
	
Свойства	**Свойства**
1. Область определения: R.	1. Область определения: R.
2. Область значений: $[-1;\ 1]$.	2. Область значений: $[-1;\ 1]$.
3. Функция нечетная: $\sin(-x) = -\sin x$.	3. Функция четная: $\cos(-x) = \cos x$.
4. Функция периодическая с периодом 2π: $\sin(x + 2\pi) = \sin(x - 2\pi) = \sin x$.	4. Функция периодическая с периодом 2π: $\cos(x + 2\pi) = \cos(x - 2\pi) = \cos x$.
5. Нули функции $x = \pi n,\ n \in Z$.	5. Нули функции $x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$.
6. Функция возрастает на промежутках $\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n;\ \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right],\ n \in Z$; убывает на промежутках $\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n;\ \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right],\ n \in Z$.	6. Функция возрастает на промежутках $[-\pi + 2\pi n;\ 2\pi n],\ n \in Z$; убывает на промежутках $[2\pi n;\ \pi + 2\pi n],\ n \in Z$.
7. Наименьшее значение $y = -1$, если $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$. Наибольшее значение $y = 1$, если $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$	7. Наименьшее значение $y = -1$, если $x = \pi + 2\pi n,\ n \in Z$. Наибольшее значение $y = 1$, если $x = 2\pi n,\ n \in Z$



Вариант 1 Построить график функции $y=3\sin x$	**Вариант 2** Построить график функции $y=-\sin x$	**Вариант 3** Построить график функции $y=\sin 2x$	**Вариант 4** Построить график функции $y=\sin x-2$
Вариант 5 Построить график функции $y=0{,}5\cos x$	**Вариант 6** Построить график функции $y=-\cos x$	**Вариант 7** Построить график функции $y=\cos 3x$	**Вариант 8** Построить график функции $y=-\cos x+1$
Вариант 9 Построить график функции $y=\cos x+3$	**Вариант 10** Построить график функции $y=\cos 0{,}5x$	**Вариант 11** Построить график функции $y=\sin(x+\frac{\pi}{6})$	**Вариант 12** Построить график функции $y=\cos(x+\frac{\pi}{2})$
Вариант 13 Построить график функции $y=3\cos x$	**Вариант 14** Построить график функции $y=\sin(x-\frac{\pi}{2})$	**Вариант 15** Построить график функции $y=\sin x+2$	**Вариант 16** Построить график функции $y=0{,}5\sin x$
Вариант 17 Построить график функции $y=2\cos(x+\frac{\pi}{3})$	**Вариант 18** Построить график функции $y=-1{,}5\sin x$	**Вариант 19** Построить график функции $y=-\sin 0{,}5x$	**Вариант 20** Построить график функции $y=\sin x-1$
Вариант 21 Построить график функции $y=-2\cos x$	**Вариант 22** Построить график функции $y=2\sin x+1$	**Вариант 23** Построить график функции $y=\cos(x+\frac{\pi}{3})$	**Вариант 24** Построить график функции $y=\sin(x-\frac{\pi}{3})$
Вариант 25 Построить график функции $y=4\sin x$	**Вариант 26** Построить график функции $y=-\sin x+2$	**Вариант 27** Построить график функции $y=\cos 2x$	**Вариант 28** Построить график функции $y=4\cos x$

Контрольные вопросы:

1. Что изучает теория тригонометрических функций?
2.Как получить свойства косинуса, зная свойства синуса?

Самостоятельная работа по теме:
«Графики тригонометрических функций y=tgx, y=ctgx ».

Цель: построение графиков тригонометрических функций, с помощью преобразований; развитие навыков решения задач по теме «Построение геометрических преобразований (сдвиг и деформация) графиков тригонометрических функций»

Задание: выполнить графическую работу по построению графиков тригонометрических функций и описать свойства функции. Выбрать свой вариант по номеру в журнале группы.

Критерии оценивания: оценка «5»-задание выполнено полностью и аккуратно, «4»-графики построены не аккуратно; «3»-графики не точны, построения небрежные; «2»-графики построены не правильно.

Форма выполнения задания: построение графика на бумаге формате А-4.

Методические указания: используйте таблицы:

$y = \mathrm{ctg}\, x$

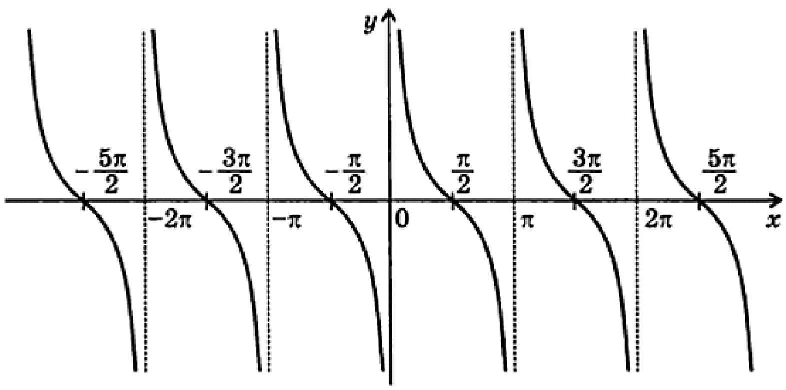


график — котангенсоида

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

- *Область определения:* объединение интервалов $(\pi n;\ \pi + \pi n),\ n \in Z$
- *Область значений:* R
- *Четность, нечетность:* функция нечетная
- *Период:* π
- *Нули:* $y = 0$ при $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in Z$
- *Промежутки знакопостоянства:*

  $\mathrm{ctg}\, x > 0$ при $x \in \left(\pi n;\ \frac{\pi}{2} + \pi n\right), \quad n \in Z$

  $\mathrm{ctg}\, x < 0$ при $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n;\ \pi n\right), \quad n \in Z$
- *Экстремумов* нет
- *Промежутки монотонности:*
  функция убывает на каждом интервале области определения
- *Асимптоты:* $x = \pi n,\ n \in Z$

Замечание. График функции $y = \mathrm{ctg}\, x$ получается из графика функции $y = \mathrm{tg}\, x$ отражением относительно любой из координатных осей и последующим параллельным переносом вдоль оси x на $\pi/2$.

$y = \operatorname{tg} x$

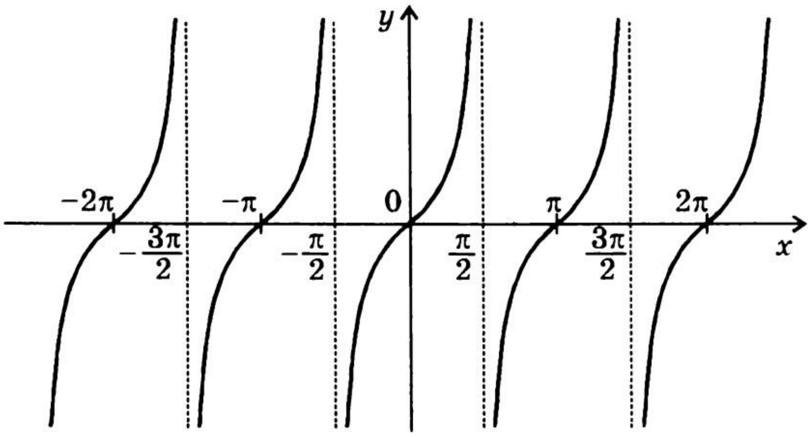


график — тангенсоида

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

- ***Область определения:*** объединение интервалов $\left(-\frac{\pi}{2}+\pi n; \frac{\pi}{2}+\pi n\right)$, $n \in Z$
- ***Область значений:*** R
- ***Четность, нечетность:*** функция нечетная
- ***Период:*** π
- ***Нули:*** $y = 0$ при $x = \pi n$, $n \in Z$
- ***Промежутки знакопостоянства:***

  $\operatorname{tg} x > 0$ при $x \in \left(\pi n; \frac{\pi}{2}+\pi n\right)$, $n \in Z$

  $\operatorname{tg} x < 0$ при $x \in \left(-\frac{\pi}{2}+\pi n; \pi n\right)$, $n \in Z$
- ***Экстремумов*** нет
- ***Промежутки монотонности:***

  функция возрастает на каждом интервале области определения
- ***Асимптоты:*** $x = \frac{\pi}{2}+\pi n$, $n \in Z$

Вариант 1 Построить график функции y=3tgx	**Вариант 2** Построить график функции y=-2tgx	**Вариант 3** Построить график функции y=-ctgx+2	**Вариант 4** Построить график функции y=0.5tgx
Вариант 5 Построить график функции y=-tgx+2	**Вариант 6** Построить график функции y=-ctgx-3	**Вариант 7** Построить график функции y=-tg2x	**Вариант 8** Построить график функции y=-ctg(0.5x)
Вариант 9 Построить график функции y=2tgx-1	**Вариант 10** Построить график функции y=-3ctg2x	**Вариант 11** Построить график функции y=tg(x-2)	**Вариант 12** Построить график функции y=ctg(x-2)
Вариант 13 Построить график функции y=tg(x-1)	**Вариант 14** Построить график функции y=tg(x-2)+2	**Вариант 15** Построить график функции y=ctg(x-2)+1	**Вариант 16** Построить график функции y=tg(x-2)-2
Вариант 17 Построить график функции $y = tg(x - \frac{\pi}{3})$	**Вариант 18** Построить график функции $y = 2tg(x - \frac{\pi}{3})$	**Вариант 19** Построить график функции $y = tg(2x - \frac{\pi}{3})$	**Вариант 20** Построить график функции $y = -ctg(2x - \frac{\pi}{3})$
Вариант 21 Построить график функции $y = -ctg(2x + \frac{\pi}{4})$	**Вариант 22** Построить график функции $y = -ctg(x + \frac{\pi}{4})$	**Вариант 23** Построить график функции $y = -3ctg(x + \frac{\pi}{4})$	**Вариант 24** Построить график функции $y = -3tg(x + \frac{\pi}{4})$
Вариант 25 Построить график функции $y = -\frac{1}{2}tg(x + \frac{\pi}{4})$	**Вариант 26** Построить график функции $y = -\frac{1}{4}tg(x + \frac{\pi}{4})$	**Вариант 27** Построить график функции $y = -\frac{1}{2}ctg(x + \frac{\pi}{6})$	**Вариант 28** Построить график функции $y = -\frac{1}{2}tg(x + \frac{\pi}{6})$

Самостоятельная работа: Домашняя контрольная работа по теме « Свойства и графики тригонометрических функции»

Цель: провести повторение опорных понятий; изучить сходства и различия в графиках и свойствах тригонометрических функций; уметь применять свойства и простейшие преобразования для построения графиков тригонометрических функций; уметь строить графики тригонометрических функций на координатной плоскости;

Задание: выполнить письменно работу. Выбрать свой вариант по номеру в журнале группы (1 вариант для нечетных номеров, 2вариант - для четных).

Методические указания:

Краткий справочный материал по теме	**Примеры решения типовых заданий**
Дан график функции <u>y = f (x)</u> **Чтобы получить графики следующих функций, необходимо :** **y = f (x) + в, где в – действительное число, сместить на : в>0 вверх по оси OY (поднять)** **в<0 вниз по оси OY (опустить)** **y = k f(x), где k – действительное число растянуть в k раз вдоль оси OX** **y = 1/k f(x) , где k - действительное число сжать в k раз вдоль оси OX** **y = f (x – a)** **сместить вдоль оси OX на a>0 – вправо** **a<0 – влево** **y = f (x/k) , где k – действительное число, k=0, растянуть в k раз вдоль оси OX** **y = f (k x) , где k – действительное число, сжать в k раз вдоль оси OX**	**1.** Дан график функции f(*x*) = sin *x*. Какие преобразования необходимо выполнить, чтобы получить график функции : f(*x*) = 4 sin(3*x* - π/2) + 1 ? ***<u>Решение:</u>*** Растянуть в 4 раза вдоль оси Оу ; Сжать в 3 раза вдоль оси ОХ ; Сместить на π/2 вправо вдоль оси ОХ; Сместить на 1 единицу вверх (поднять) по оси ОУ. **2.** Дан график функции f(*x*) = cos *x*. Какие преобразования необходимо выполнить, чтобы получить график функции : f(*x*) = 1/3 cos(*x/2* + π/4) - 5 ? ***<u>Решение:</u>*** Сжать в 3 раза вдоль оси Оу ; Растянуть в 2 раза вдоль оси ОХ ; Сместить на π/4 влево вдоль оси ОХ; Сместить на 5 единиц вниз (опустить) по оси ОУ.

Критерии оценивания: оценка «5»-все задания выполнены полностью и аккуратно, «4»-выполнено 5 заданий; «3»- выполнено 3- 4 задания; «2»- выполнено 2 заданий.

Форма выполнения задания: работу оформить письменно в тетради.

Вариант 1

1. Постройте график функции: $y=\sin x+3$.
2. Постройте график функции: $y = \cos(x - \frac{\pi}{3})$
3. Найдите множество значений функции $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 7$.
4. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $y=-4\cos(x-\pi)-3$
5. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $y=\sin x+3$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]$.
6. Построить график функции: $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 2$

Вариант 2

1. Постройте график функции: $y = \cos x - 2$.
2. Постройте график функции: $y = \sin(x + \frac{\pi}{6})$
3. Найдите множество значений функции $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 5$.
4. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $y = 3\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 2$
5. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $y = \cos x - 1$ на отрезке $[-\pi, 0]$.
6. Построить график функции $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$+2

Самостоятельная работа по теме
«Решение простейших тригонометрических уравнений»

Цель: изучение и закрепление основных приемов решения тригонометрических уравнений
Задание: решить простейшие тригонометрические уравнения.3 варианта . Дополнительно: составить 3 простейших тригонометрических уравнения и решить их.
Критерии оценивания: оценка «5»-все задания выполнены,«4»-выполнено 4 задания;«3»- выполнено 2 задания; «2»- выполнено менее 2 заданий.
Методические указания:

Тема: «Решение простейших тригонометрических уравнений»

Краткий справочный материал	Примеры решения уравнений	Задания для самостоятельной работы
$\sin x = a,\ \lvert a\rvert \le 1$ $x=(-1)^n \arcsin a + \pi n,\ n\in Z$ **Частные случаи:** **1)** $\sin x = -1$ $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n\in Z$ **2)** $\sin x = 0$ $x = \pi n,\ n\in Z$ **3)** $\sin x = 1$ $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n\in Z$	**Решите уравнения :** **1)** $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $x = (-1)^n \cdot \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \pi n,$ *Ответ:* $x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{4} + \pi n,\ n\in Z$ **2)** $2\sin x - 1 = 0$ $2\sin x = 1$ $\sin x = \frac{1}{2}$ $x = (-1)^n \cdot \arcsin \frac{1}{2} + \pi n$ *Ответ:* $x = (-1)^n \cdot \pi/6 + \pi n,\ n\in Z$ **3)** $\sqrt{3}\sin x - \sqrt{3} = 0$ $\sqrt{3}\sin x = \sqrt{3}$ $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ $\sin x = 1$ – **частный случай!** *Ответ:* $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n\in Z$	**Решите уравнения:** 1) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 2) $2\sin x + \sqrt{2} = 0$ 3) $6\sin x + 6 = 0$
$\cos x = a,\ \lvert a\rvert \le 1$ $x = \pm \arccos a + 2\pi n,\ n\in Z$ **Частные случаи:** **1)** $\cos x = -1$ $x = \pi + 2\pi n,\ n\in Z$ **2)** $\cos x = 0$ $x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n\in Z$ **3)** $\cos x = 1$ $x = 2\pi n,\ n\in Z$	**Решите уравнения :** **1)** $\cos x = \frac{1}{2}$ $x = \pm\arccos \frac{1}{2} + 2\pi n,\ n\in Z$ *Ответ:* $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n\in Z$ **2)** $2\cos x - \sqrt{2} = 0$ $2\cos x = \sqrt{2}$ $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $x = \pm\arccos \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi n,\ n\in Z$ *Ответ:* $x = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi n,\ n\in Z$ **3)** $\sqrt{5}\cos x - \sqrt{5} = 0$ $\sqrt{5}\cos x = \sqrt{5}$ $\cos x = 1$ - **частный случай!** *Ответ:* $x = 2\pi n,\ n\in Z$	**Решите уравнение:** 1) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 2) $2\cos x + \sqrt{3} = 0$ 3) $4\cos x - 4 = 0$

tg x = a, $-\pi/2 < a < \pi/2$ x = arctg a + πn, n$\in$Z	**Решите уравнения:** **1)** tg x = $\sqrt{3}$ x = arctg $\sqrt{3}$ + πn, n$\in$Z *Ответ:* x = $\pi/3$ +π n, n$\in$Z **2)** 2tg x – 2 = 0 2tg x = 2 tg x = 2/2 tg x = 1 x = arctg 1 +π n *Ответ:* x = $\pi/4$ + πn, n$\in$Z	**Решите уравнения:** 1) tg x = 0 2) tg x = $\sqrt{3}/3$ 3) 2tg x - 2 = 0

Форма выполнения задания: решение уравнений письменно в тетради.

Примеры:

Решим уравнения.

1. $\sin 3x = \frac{1}{2}$

$3x = (-1)^n \arcsin\frac{1}{2} + \pi k$, k-целое.

$3x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi k$ $\quad x = (-1)^n \frac{\pi}{18} + \frac{\pi k}{3}$

2. $\cos\frac{2}{3}x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{2}{3}x = \pm\arccos(-\frac{\sqrt{2}}{2}) + 2\pi k$ k-целое

$\frac{2}{3}x = \pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi k$

$x = \pm\frac{9\pi}{8} + 3\pi k$

3.

$tg(4x - \frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$4x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + \pi k$ $\quad 4x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + \pi k$

$4x = \frac{\pi}{3} + \pi k$ $\quad x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{4}$ k-целое

4.

$\sin\frac{\pi}{4}x = \frac{1}{2}$ $\quad \frac{\pi}{4}x = (-1)^n \arcsin\frac{1}{2} + \pi n$

$\frac{\pi}{4}x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$ $\quad x = (-1)^n \frac{\pi}{6}\frac{4}{\pi} + \pi n\frac{4}{\pi}$

$x = (-1)^n \frac{2}{3} + 4n$ n-целое

В 1	**В 2**	**В 3**
1. $\cos x - 2 = 0$ 2. $\cos 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 3. $2\sin x + \sqrt{2} = 0$ 4. $\sin 3x = 0$	1. $tgx + 2 = 0$ 2. $ctg\,2x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ 3. $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ 4. $\cos 2x = 0$	1. $\cos x + 2 = 0$ 2. $\sin 3x = -\frac{1}{2}$ 3. $2\cos x + 1 = 0$ 4. $\sin 2x = 0$

Самостоятельная работа по теме
«Решение тригонометрических уравнений»

Цель: изучение и закрепление основных приемов решения тригонометрических уравнений, используя тригонометрические формулы (стр 46)

Задание: решить тригонометрические уравнения (10 уравнений), используя различные методы и приемы. Вариант выполнения произвольный. Всего 4 варианта.

Критерии оценивания: оценка «5»-все задания выполнены,«4»-выполнено 8-9 заданий;«3»-выполнено 5-7 задания; «2»- выполнено менее 4 заданий.

Методические указания: **1 способ. Решение уравнений разложением на множители**

$\sin 4x = 3\cos 2x$.Для решения уравнения воспользуемся формулой синуса двойного угла $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$
$2\sin 2x\cos 2x - 3\cos 2x = 0$,
$\cos 2x(2\sin 2x - 3) = 0$. Произведение этих множителей равно нулю, если хотя бы один из множителей будет равен нулю. $2x = \frac{\pi}{2} + \pi к$, к $\in Z$ или $\sin 2x = 1{,}5$ – нет решений, т.к $|\sin\alpha| \le 1$

$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}к$; к $\in Z$. Ответ: $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}к$, к $\in Z$.

2 способ. Решение уравнений преобразованием суммы или разности тригонометрических функций в произведение : $\cos 3x + \sin 2x - \sin 4x = 0$. Для решения уравнения воспользуемся формулой $\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$

$\cos 3x + 2\sin\frac{2x-4x}{2}\cos\frac{2x+4x}{2} = 0$,

$\cos 3x - 2\sin x\cos 3x = 0$,

$\cos 3x(1 - 2\sin x) = 0$. Полученное уравнение равносильно совокупности двух уравнений:

$$\left[\begin{array}{l}\cos 3x = 0;\\ 1-2\sin x = 0;\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}3x = \frac{\pi}{2}+\pi к, к\in Z,\\ 2\sin x = 1;\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}x = \frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3}к, к\in Z,\\ \sin x = \frac{1}{2};\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}x = \frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3}к, к\in Z,\\ x = (-1)^к\frac{\pi}{6}+\pi к, к\in Z;\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}x = \frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3}к, к\in Z,\\ x = (-1)^к\frac{\pi}{6}+\pi к, к\in Z;\end{array}\right.$$

Множество решений второго уравнения полностью входит во множество решений первого уравнения.

Значит $x = \frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3}к, к\in Z.$

Ответ: $x = \frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3}к, к\in Z.$

3 способ. Решение уравнений преобразованием произведения тригонометрических функций в сумму: $\sin 5x\cos 3x = \sin 6x\cos 2x$. Для решения уравнения воспользуемся формулой $\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta))$

$$\frac{1}{2}(\sin 8x+\sin 2x)=\frac{1}{2}(\sin 8x+\sin 4x),$$
$$\sin 8x+\sin 2x-\sin 8x-\sin 4x=0,$$
$$\sin 2x-\sin 4x=0,$$
$$2\sin(-x)\cos 3x=0,$$
$$\sin x\cos 3x=0;$$
$$\left[\begin{array}{l}\sin x=0,\\ \cos 3x=0;\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}x=\pi k, k\in Z\\ 3x=\dfrac{\pi}{2}+\pi k, k\in Z;\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}x=\pi k, k\in Z\\ x=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{\pi}{3}k, k\in Z.\end{array}\right.$$

Ответ: $\pi k; \dfrac{\pi}{6}+\dfrac{\pi}{3k}, k\in Z$

4 способ. Решение уравнений, сводящихся к квадратным уравнениям

$3\sin x-2\cos^2 x=0,$
$3\sin x-2(1-\sin^2 x)=0,$
$2\sin^2 x+3\sin x-2=0,$

Пусть $\sin x = t$, где $|t|\le 1$. Получим квадратное уравнение $2t^2+3t-2=0$,

$D = 9 + 16 = 25.$

$t_{1,2}=\dfrac{-3\pm 5}{4}$. Таким образом $\begin{array}{l}t_1=-2;\\ t_2=\dfrac{1}{2}\end{array}$. $t_1=-2$ не удовлетворяет условию $|t|\le 1$.

Значит $\sin x = \dfrac{1}{2}$. Поэтому $x=(-1)^k\dfrac{\pi}{6}+\pi k, \pi\in Z$.

Ответ: $(-1)^k\dfrac{\pi}{6}+\pi k, k\in Z$

Форма выполнения задания: решение уравнений письменно в тетради.

1 вариант 1. Решите уравнения:

а) $\sin x=\dfrac{1}{2}$; б) $\cos\dfrac{x}{3}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$; в) $ctg\,2x=2$; г) $tg\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)=1$

2. Решите уравнение, сделав подстановку:

а) $2\sin^2 x-5\sin x-3=0$; б) $2tgx+2ctgx=5$

3. Решите уравнение методом разложения на множители:

а) $5\sin x+3\sin 2x=0$; б) $\sin 7x-\sin x=0$

4. Решите уравнение, используя однородность:

а) $\sin x-\sqrt{3}\cos x=0$; б) $\sin^2 x-3\sin x\cdot\cos x+2\cos^2 x=0$

2 вариант 1. Решите уравнения:

а) $\cos x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\sin\dfrac{x}{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$; в) $tg\,2x=-\sqrt{3}$; г) $ctg\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}$

2. Решите уравнение, сделав подстановку:

а) $2\cos^2 x+5\sin x-4=0$; б) $3tgx-3ctgx=8$

3. Решите уравнение, методом разложения на множители:

а) $7\cos x-4\sin 2x=0$; б) $\cos 5x+\cos x=0$

4. Решите уравнение, используя однородность:

а) $\sin x-\cos x=0$; б) $3\sin^2 x+4\sin x\cdot\cos x+\cos^2 x=0$

3 вариант 1. Решите уравнения:

а) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\cos\frac{x}{2} = \frac{1}{2}$; в) $ctg\,3x = \frac{1}{\sqrt{3}}$; г) $tg\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -1$

2. Решите уравнение, сделав подстановку:

а) $\sin^2 x - 2\sin x - 3 = 0$; б) $tg^2 x + 2tgx - 3 = 0$

3. Решите уравнение методом разложения на множители:

а) $\cos 3x - \cos x = 0$; б) $\sin 5x = \sin x$

4. Решите уравнение, используя однородность:

а) $\sin 2x = 2\sin^2 x$; б) $\sin x - \frac{\sqrt{3}}{3}\cos x = 0$

4 вариант 1. Решите уравнения:

а) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $tg\,3x = 0$; г) $ctg\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 3$

2. Решите уравнение, сделав подстановку:

а) $2\cos^2 x + 3\sin x = 0$; б) $1 - tg^2 x = 2tgx$

3. Решите уравнение методом разложения на множители:

а) $\cos 2x = -\cos x$; б) $\sin 2x = 2\sin x$

4. Решите уравнение, используя однородность:

а) $\sin x + \frac{1}{2}\cos x = 0$; б) $4\sin^2 x - 2\sin x \cdot \cos x = 1$

Контрольные вопросы:

1.Какие методы решения тригонометрических уравнений использовал?

2. Какие частные случаи бывают при решения тригонометрических уравнений?

ТЕМА 1.6. КООРДИНАТЫ И ВЕКТОРЫ.

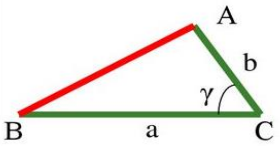
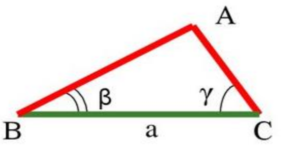
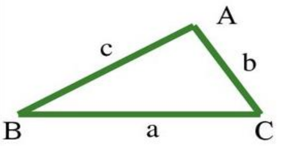
Самостоятельная работа по теме «Повторение. Решение треугольников»

Цель: повторить формулы по решению треугольников, теорему синусов, теорему косинусов, теорему о сумме углов в треугольнике. Уметь применять при решении задач.

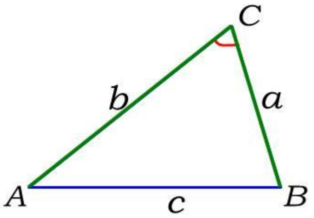
Задание: Ответь на вопросы и реши задачи, на повторение геометрии 8-9 класс. Запиши таблицу и задачи

Критерии оценивания: оценка «5»-все задачи решены с подробным объяснением,«4»- все задачи решены, но нет соответствующих пояснений;«3»- решены 3 задачи; «2»- выполнено менее 2 задач.

Методические указания:Используй таблицу:

Решение треугольника по двум сторонам и углу между ними	Решение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам	Решение треугольника по трем сторонам
		
$c=\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos C}$ $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ $\angle B=180°-(\angle A+\angle C)$	$\angle A=180°-(\angle B+\angle C)$ $b=\dfrac{a\sin B}{\sin A}$ $c=\dfrac{a\sin C}{\sin A}$	$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ $\cos C=\dfrac{b^2+a^2-c^2}{2ab}$ $\angle B=180°-(\angle A+\angle C)$

РЕШЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКА – нахождение всех его шести элементов (трех сторон и трех углов) по каким-нибудь трем данным элементам, определяющим треугольник



1. решение треугольника по двум сторонам и углу между ними

Дано: $a,\ b,\ \angle C$

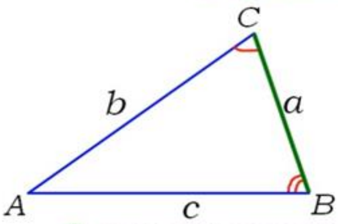
Найти: $c,\ \angle A,\ \angle B$

$$c=\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos C}$$

$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

$$\angle B=180°-\angle A-\angle C$$

2. решение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам



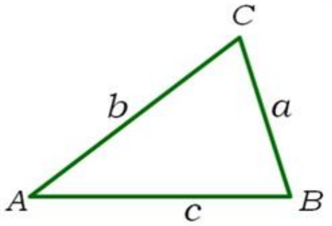
Дано : $a,\ \angle B,\ \angle C$

Найти : $\angle A,\ b,\ c$

$$\angle A=180°-\angle B-\angle C$$

$$b=a\frac{\sin B}{\sin A} \qquad c=a\frac{\sin C}{\sin A}$$

3. решение треугольника по трем сторонам



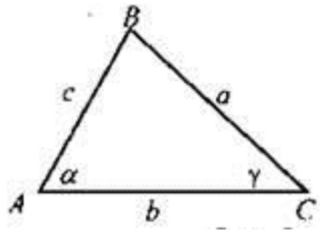
Дано: $a,\ b,\ c$

Найти : $\angle A,\ \angle B,\ \angle C$

$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} \qquad \cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$$

1.Что значит «решить треугольник»?
- Перечислите три основные задачи на решение треугольников.
- Составьте план решения треугольников:
а) по двум сторонам и углу между ними;
б) по стороне и двум прилежащим к ней углам;
в) по трем сторонам.

2.Решить треугольник, если (рис. 1):



Решить задачи:
А) BC=?, если AB = c, AC = b, $\angle A = \alpha$.
Б) AC=?, если BC = a, $\angle B = \beta$, $\angle C = \gamma$.
В) $\angle C$=?, если AB = c, AC = b, BC = a.
Г) $\angle B$=?, если $\angle A = \alpha$, $\angle C = \gamma$.
Д) AB=?, если $\angle C = y$, $\angle B = \beta$, AC = b.

Ответы:

а) $BC = \sqrt{c^2 + b^2 - 2c\cos\alpha}$.

б) $AC = \dfrac{a \cdot \sin\beta}{\sin(\gamma + \beta)}$.

в) $\cos\angle C = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$.

г) $\angle B = 180^\circ - (\alpha + \gamma)$.

д) $AB = \dfrac{b \cdot \sin\gamma}{\sin\beta}$

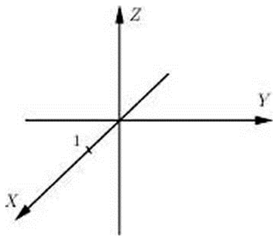
Форма выполнения задания: записать решение задач в тетрадь.

Контрольные вопросы:

1.Теорема Пифагора.
2.Теорема синусов.
3.Теорема косинусов.

Самостоятельная работа по теме:
«Векторы в пространстве. Система координат в пространстве»

Цель: закрепление теоретических знаний по теме «Векторы в пространстве» и формул для решения .
Задание*:* 1)Составить вопросы по теме «Векторы» (не менее 6 вопросов с ответами)по теоретическому материалу.2)Рассмотреть пример выполнения теста, записать решение; 3) Выполнить тест самостоятельно.
Критерий оценивания: оценка «5»-все задания выполнены,«4»- 3 задания;«3»- 2 задания; «2»- выполнено менее 2 заданий.
Форма выполнения задания*:* вопросы по заданной теме письменно, выполнение теста.
Методические указания: Теоретический материал:
Выберем начало координат. Проведем три взаимно перпендикулярные оси *X, Y и Z*. Зададим удобный масштаб.

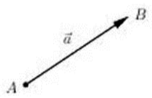


Получилась **система координат** в трехмерном пространстве. Теперь каждая его точка характеризуется тремя числами координатами по *X, Y и Z*. Например, запись *M* (— 1; 3; 2) означает, что координата точки *M* по *X* (абсцисса) равна -1, координата по *У* (ордината) равна 3, а координата по *Z* (аппликата) равна 2.

Векторы в пространстве определяются так же, как и на плоскости. <u>Это направленные отрезки, имеющие начало и конец</u>. Только в пространстве вектор задается тремя координатами *x, y и z*:

$$\vec{a}\ (x_a; y_a; z_a)$$

Как найти координаты вектора? Как и на плоскости – из координаты конца вычитаем координату начала.



$$\vec{a} = \overrightarrow{AB}\ (x_B - x_A;\ y_B - y_A; z_B - z_A \qquad (1)$$

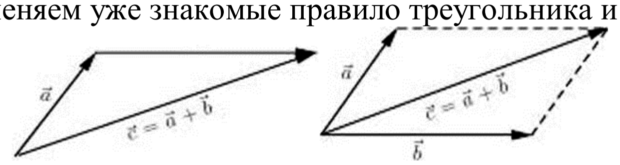
Длина вектора $\overrightarrow{AB}$ в пространстве – это расстояние между точками *A* и В. Находится как корень квадратный из суммы квадратов координат вектора.

$$|\vec{a}| = \sqrt{x_a^2 + y_a^2 + z_a^2} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2} \qquad (2)$$

Пусть точка *M* середина отрезка *AB*. Ее координаты находятся по формуле:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2};\quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2};\quad z_M = \frac{z_A + z_B}{2} \qquad (3)$$

Для сложения векторов применяем уже знакомые правило треугольника и правило параллелограмма.



Сумма векторов, их разность, произведение вектора на число и скалярное произведение векторов определяются так же. как и на плоскости. Только координат не две, а три. Возьмем векторы $\vec{a}\ (x_a; y_a; z_a)$ и $\vec{b}\ (x_b; y_b; z_b)$

Сумма векторов:

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}(x_A + x_B; y_A + y_B; z_A + z_B) \qquad (4)$$

Разность векторов:

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{d}(x_A - x_B; y_A - y_B; z_A - z_B) \qquad (5)$$

Произведение вектора на число:

$$\lambda\vec{a} = (\lambda x_a; \lambda y_a; \lambda z_a) \qquad (6)$$

Скалярное произведение векторов:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\varphi = x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b + z_a \cdot z_b \qquad (7)$$

Косинус угла между векторами:

$$\cos\varphi = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|} = \frac{x_a\cdot x_b+y_a\cdot y_b+z_a\cdot z_b}{\sqrt{x_a^2+y_a^2+z_a^2}\cdot\sqrt{x_b^2+y_b^2+z_b^2}} \qquad \textbf{(8)}$$

Последняя формула удобна для нахождения угла между прямыми в пространстве. Особенно если эти прямые скрещиваются. Напомним, что так называются прямые, которые не параллельны и не пересекаются. Они лежат в параллельных плоскостях.

Пример выполнения теста

№1. Найти длину вектора $\overrightarrow{AB}$, если *A(2;-1;3)* и *B(4;-2;3)*

Решение (используем формулы 1 и 2): $\overrightarrow{AB} = (2;-1;0)$ и $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{4+1+0} = \sqrt{5}$

$a)\ \sqrt{2}\quad b)\ 4\quad c)\ \boldsymbol{\sqrt{5}}\quad d)\ \frac{3}{4}$

№ 2. Найти координаты т. М – середины отрезка АВ, если *А (-2;4;1)* и *В(-5;8;0)*.

Решение (используем формулу 3): $x_M = \frac{-2-5}{2} = -3{,}5\quad y_M = \frac{4+8}{2} = 6\quad z_M = \frac{1+0}{2} = 0{,}5$

a) M (0;-2,5;1) b) M (-3,5;2,5;0) c) **M (-3,5;6;0,5)** d) M (1;6;0,5)

№ 3. Найти $3\vec{a}+2\vec{b}$, если *a = (1;-2;3), b = (-4;-8;7)*

Решение (используем формулы 4 и 6):

$3\vec{a}+2\vec{b} = (3\cdot1; 3\cdot(-2); 3\cdot3) + (2\cdot(-4); 2\cdot(-8); 2\cdot7) = (-5;-22;23)$

a) (-5;22;12) b) (3;-22;24) c) (-3,5;6;0,5) **d) (-5;-22;23)**

№ 4. Найти скалярное произведение векторов *a = (-5;2;7), b = (4;-3;8)*

Решение (используем формулу 7): $\vec{a}\cdot\vec{b} = -5\cdot4+2\cdot(-3)+7\cdot8 = 30$

a) -28; b) -5; c) 14 **d) 30**

№ 5. Найти косинус угла между векторами $\vec{a} = (1;2;3)$ и $\vec{b} = (6;4;-2)$

Решение (используем формулу 8): $\cos\gamma = \frac{6+8-6}{\sqrt{1+4+9}\sqrt{36+16+4}} = \frac{8}{\sqrt{14*56}} = \frac{8}{28} = \frac{2}{7}$

$a)\ \boldsymbol{\frac{2}{7}}\quad b)\ \frac{\sqrt{2}}{2}\quad c)\ \sqrt{5}\quad d)\ \frac{1}{2}$

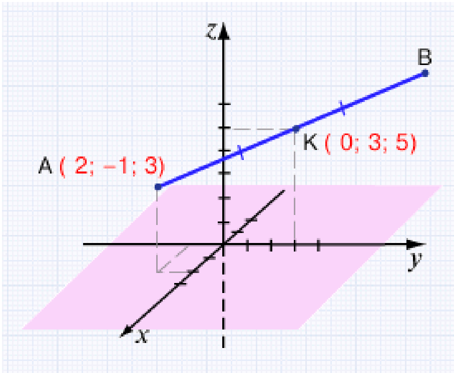
Тест для самостоятельного выполнения

Вариант 1	Вариант 2
№ 1. Найти длину вектора $\overrightarrow{AB}$, если A(-2;-3;1) и B(5;8;4) $a)\ \sqrt{182}\quad b)\ 14\quad c)\ \sqrt{179}\quad d)\ 125{,}2$ **№ 2.** Найти координаты т. М – середины отрезка АВ, если А (8;-4;1) и В(-7;-1;-5). a) M (0;-2,5;1) b) M (-3,5;2,5;0) c) M (0,5;-2,5;-2) d) M (1;6;0,5) **№ 3.** Найти $4\vec{a}+3\vec{b}$,если $\vec{a} = (2;-3;2)$, $\vec{b} = (1;-4;3)$. a) (-5;22;12) b) (11;-24;17) c) (-3,5;6;0,5) d) (-11;12;14) **№ 4.** Найти скалярное произведение векторов $\vec{a} = (-5;2;7), \vec{b} = (4;-3;8)$ a) -46; b) -5; c) 14 d) 30 **№ 5**. Найти косинус угла между векторами $\vec{a} = (-2;3;-1), \vec{b} = (1;3;2)$ $a)\ \frac{2}{7}\quad b)\ \frac{\sqrt{2}}{2}\quad c)\ \sqrt{5}\quad d)\ \frac{5}{14}$	**№ 1.** Найти длину вектора $\overrightarrow{AB}$, если A(-4;-3;1) и B(6;9;5) $a)\ \sqrt{260}\quad b)\ 18\quad c)\ \sqrt{118}\quad d)\ 131{,}2$ **№ 2.** Найти координаты т. М – середины отрезка АВ, если А (7;1;5) и В(-8;4;-1). a) M (0;-2,5;1) b) M (-0,5;2,5;2) c) M (0,5;-2,5;-2) d) M (1;6;0,5) **№ 3.** Найти $4\vec{a}+3\vec{b}$, если $\vec{a} = (-1;4;-3)$, $\vec{b} = (-2;3;-2)$. a) (10;25;18) b) (3;-22;24) c) (10;25;6) d) (11;0;17) **№ 4.** Найти скалярное произведение векторов $\vec{a} = (-2;-3;1), \vec{b} = (-5;8;-4)$ a) 64; b) -51; c) 14 d) -18 **№ 5**. Найти косинус угла между векторами $\vec{a} = (-4;3;-5), \vec{b} = (-5;-3;4)$ $a)\ -\frac{12}{71}\quad b)\ -\frac{9}{50}\quad c)\ \sqrt{15}\quad d)\ \frac{15}{17}$

Самостоятельная работа по теме:
«Векторы в пространстве»

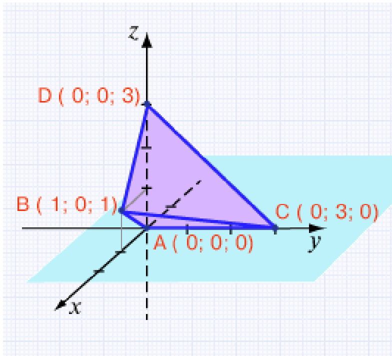
Цель: закрепление теоретических знаний и навыков в использовании формул для решения задач координатно-векторным методом;
Задание: I)Рассмотреть образцы решения задач. II) решить задачи, в которых есть ответ для самоконтроля. Всего 3 варинта, есть дополнительные задачи , на дополнительную оценку.
Критерии оценки: (за каждое правильно выполненное задание по одному баллу) оценка «5»-все задания выполнены,«4»-выполнено 4 задания;«3»- выполнено 3 задания; «2»- выполнено менее 2 заданий.
Методические указания: используем формулы 1 и 8 из предыдущей работы
Форма выполнения задания: письменное решение в тетради, записи вести соответственно образцам

I.Образцы решения задач



1. Точка К – середина отрезка АВ. Найти длину отрезка АВ, если даны координаты точек А и К.
Решение (используем формулы 3)**:** $B(x_2;y_2;z_2)$ так как К-середина АВ,
то $0=\frac{2+x_2}{2}\Rightarrow x_2=-2$, $3=\frac{-1+y_2}{2}\Rightarrow y_2=7$, $5=\frac{3+z_2}{2}\Rightarrow z_2=7$,
тогда $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{(-2-2)^2+(7+1)^2+(7-3)^2}=\sqrt{96}=4\sqrt{6}$

2. Даны два вектора $\vec{a}=(3;-2;7),\vec{b}=(6;0;4)$. Найти длину вектора $\vec{c}=0{,}5\vec{b}-2\vec{a}$.



Решение (используем формулы 2, 5,6). Так как $0{,}5\vec{b}=(3;0;2)$,
$2\vec{a}=(6;-4;14)$, то $\vec{c}=(-3;4;-12)$, соответственно
$|\vec{c}|=\sqrt{9+16+144}=\sqrt{169}=13$

3. Чему равен косинус угла между ребрами АВ и CD тетраэдра ABCD, если известны координаты его вершин?
Решение (используем формулы 1 и 8). Найдем координаты векторов
$\overrightarrow{AB}(1;0;1)$ и $\overrightarrow{CD}(0;-3;3)$

$$\cos\gamma=\frac{0+0+3}{\sqrt{2}\sqrt{9+9}}=\frac{3}{\sqrt{36}}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

4. Найти длину вектора $\overrightarrow{AB}$, если $A(1;2;3)$ и $B(-4;-5;4)$
Решение (используем формулы 1 и 2):**:** $\overrightarrow{AB}(-5;-7;1)$ и $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{25+49+1}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}$

5. Перпендикулярны ли векторы $\vec{m}=(2;-3;4)$ и $\vec{n}=(-3;-2;-2)$?
Решение (используем формулу 7): $\vec{m}\vec{n}=-6+6-8=-8$ **Ответ:** нет, не перпендикулярны

6. Найти косинус угла между векторами $\vec{a}=(3;1;-2)$ и $\vec{b}=(2;-6;4)$
Решение (используем формулу 8):

$$\cos\gamma=\frac{6-6-8}{\sqrt{9+1+4}\sqrt{4+36+16}}=-\frac{8}{\sqrt{14*56}}=-\frac{8}{28}=-\frac{2}{7}$$

7. Найти длину вектора $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$, если $\vec{a}=(2;4;8)$ и $\vec{b}=(-3;1;4)$

Решение:
Пусть $\vec{c}=\vec{a}-\vec{b}$, тогда $\vec{c}=(5;3;4)$ и $|\vec{c}|=\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\sqrt{25+9+16}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

8. Вычислить скалярное произведение векторов $\left(\vec{a}-\vec{b}\right)*2\vec{b}$, если $\vec{a}=(1;-3;2)$, $\vec{b}=(-1;4;3)$

Решение (используем формулы 5,6, 7): $\vec{a}-\vec{b}=(2;-7;-1)$ и вектор $2\vec{b}=(-2;8;6)$, скалярное произведение векторов $(\vec{a}-\vec{b})*2\vec{b}=2*(-2)+(-7)*8+(-1)*6=-4-56-6=-66$

9. Найти угол между векторами $2\vec{a}$ и $\vec{b}/2$, если $\vec{a}=(-4;2;4)$, $\vec{b}=(\sqrt{2};-\sqrt{2};0)$

Решение (используем формулы 6 и 8): $2\vec{a}=(-8;4;8)$ и $\frac{\vec{b}}{2}=\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{-\sqrt{2}}{2};0\right)$

$\cos\gamma=\dfrac{-8*\frac{\sqrt{2}}{2}+4*\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)+8*0}{\sqrt{64+16+64}\sqrt{\frac{2}{4}+\frac{2}{4}+0}}=\dfrac{-6\sqrt{2}}{\sqrt{144}}=\dfrac{-6\sqrt{2}}{12}=\dfrac{-\sqrt{2}}{2}$, соответственно $\gamma=3\pi/4=135^0$

Форма выполнения задания*:* письменное решение в тетради

II**.**

Вариант 1

№ 1. Найти длину вектора $\overrightarrow{AB}$, если A (2;-1;3) и B(4;-2;3). **Ответ**: $\sqrt{5}$

№ 2. Проверить перпендикулярность векторов:

а) $\vec{m}=(1;-3;0)$ и $\vec{n}=(4;1;-2)$ б) $\vec{c}=(-4;-3;1)$ и $\vec{d}=(3;1;15)$

Ответ: а) не перпендикулярны; б) перпендикулярны.

№ 3. Найти косинус угла между векторами $\vec{a}=(1;2;3)$ и $\vec{b}=(6;4;-2)$? **Ответ**: $\cos\varphi=\frac{2}{7}$

№ 4. Найти координаты т. M – середины отрезка AB, если A(2;-1;3) и B(4;-2;3).

Ответ: M(3;-1,5;3).

№ 5. Найти координаты вектора $3\vec{a}+2\vec{b}$, если $\vec{a}=(1;3;0)$ и $\vec{b}=(-2;-1;5)$?

Ответ: $3\vec{a}+2\vec{b}=(-1;7;10)$

Вариант 2

№ 1. Найти длину вектора $|\vec{a}+\vec{b}|$, если $a=(3;-5;8)$ и $\vec{b}=(-1;1;-4)$? **Ответ**: 6

№ 2. Чему равно скалярное произведение векторов $(\vec{a}+2\vec{b})\cdot\vec{a}$, если $\vec{a}=(6;-2;1)$ и $\vec{b}=(-3;1;4)$? **Ответ**: 9

№ 3. Найти косинус угла между векторами $\vec{a}$ и $2\vec{b}$, если $\vec{a}=(3;1;2),\vec{b}=(1;1{,}5;0{,}5)$.

Ответ: $\cos\varphi=\frac{11}{14}$

№ 4. Найти периметр треугольника ABC, если A(10;-2;8), B(8;0;7), C(10;2;8).

Ответ: 10.

№ 5. Дан треугольник ABC. A(10;1;4), B(8;5;4), C(10;3;2). Найти длину медианы AN.

Ответ: $|AN|=\sqrt{11}\approx 3.32$.

Вариант 3

№ 1. Найти длину вектора $|2\vec{a}+3\vec{b}|$, если $\vec{a}=(1;2;-1),\vec{b}=(-2;1;0)$. **Ответ**: $\sqrt{69}$

№ 2. Найти скалярное произведение векторов $(\vec{a}-2\vec{b})\cdot(\vec{a}+\vec{b})$, если $\vec{a}=(1;0;1)$, $\vec{b}=(3;2;1)$. **Ответ:** –30

№ 3. Найти угол между векторами $2\vec{a}$ и $\frac{\vec{b}}{2}$, если, $\vec{a}=(-4;2;-4),\vec{b}=(-\sqrt{2};\sqrt{2};0)$.

Ответ: $\varphi=\frac{\pi}{4}$

№ 4. Точка N(1;4;3) – середина отрезка AB. Найти длину отрезка AB, если A(-1;2;-2).

Ответ: $|AN|=\sqrt{132}\approx 11.49$.

№ 5. Чему равен косинус угла между ребрами AB и CD призмы ABCD, если A(0;0;0), B(1;0;0), C(1;1;0), D(2;2;4)?

Ответ: $\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{18}} = \frac{1}{3\sqrt{2}}$

Дополнительные задания.

1. Найдите координаты точки N, если вектор $\overrightarrow{MN} = (4; -3; 0)$и точка M(1;-3;-7).

Ответ: N(5;-6;-7).

2. При каком значении z векторы $\vec{a} = (3; -5; z)$и $\vec{b} = (-4; -2; 1)$ перпендикулярны?

Ответ: z=2.

3. Докажите, что в треугольнике ABC, где A(2;1;3), B(1;1;4), C(0;1;3), угол B – прямой.

4. На оси ординат найдите точку, равноудаленную от точек A(1;2;3), B(-2;-3;5).

Ответ: O(0;-2,4;0)

5. При каком значении t вектор $2\vec{a} + t\vec{b}$ перпендикулярен вектору $\vec{b} - \vec{a}$, если $\vec{a} = (2; -1; 0), \vec{b} = (4; 3; 1)$?

Ответ: при t =0.

6. Докажите, что четырехугольник с вершинами A(1;4;3), B(2;3;5), C(2;5;1), D(3;4;3) – параллелограмм.

Контрольные вопросы:

1.Формула расстояния между двумя точками?

2. Как найти координаты вектора?

Самостоятельная работа по теме:
«Векторы в пространстве»

Цель: закрепление теоретических знаний и навыков в использовании формул для решения задач координатно-векторным методом;

Задание*:* I) Ответить на контрольные вопросы. II) Решить задачи

Критерии оценивания: оценка «5»-все задания выполнены,«4»-выполнено 6-7 заданий;«3»-выполнено 4-5 заданий; «2»- выполнено менее 4 заданий.

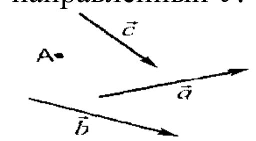
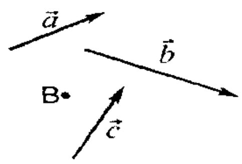
Методические указаия:используйте теоретический материал предыдущих работ

Форма выполнения задания*:* письменное решение в тетради.

I)**Контрольные вопросы**

1. Что такое вектор? 2. Как он обозначается
3. Назовите векторы, изображенные на рисунке. Укажите начало и конец векторов.
4. Какой вектор называется нулевым? 5. Какие векторные физические величины вы знаете?
6. Какие вектора называются равными? 7. Как отложить вектор от данной точки?
8. Как сложить два вектора?
9. Как вычислить координаты вектора, если известны координаты начальной и конечной точки?
10. Как умножить вектор на число, если известны его координаты?
11. Как вычислить длину вектора, если известны его координаты?
12. Что такое скалярное произведение векторов?
13. Как найти скалярное произведение векторов, если известны координаты векторов?
14. Как найти косинус угла между векторами, если известны координаты векторов?

II) Решить задачи

Вариант 1	Вариант 2
1. От точки А отложите вектор: а) равный $\vec{a}$; б) сонаправленный $\overline{b}$; в) противоположно направленный $\bar{c}$.  ABCD – ромб. Равны ли векторы: $\overline{AB}$ и $\overline{DC}$; б) $\overline{DA}$ и $\overline{BC}$;в) $\overline{AB}$ и $\overline{AD}$. ачертите два неколлинеарных вектора $\bar{a}$ и $\bar{b}$. стройте вектор $\frac{1}{3}\bar{b}-2\bar{a}$. 4. В параллелограмме ABCD на стороне AB отмечена точка К так, что АК: КВ=2:1, О – точка пересечения диагоналей. Выразите векторы $\overline{OC}$ и $\overline{CK}$ через векторы $\bar{a}=\overline{\tilde{N}B}$ и $\bar{b}=\overline{\tilde{N}D}$. 5. Чему равны координаты вектора $\bar{a}=\bar{i}-3\bar{j}$ 1) $\bar{a}\{0;-3\}$ 2) $\bar{a}\{1;-3\}$ 3) $\bar{a}\{-3;1\}$ 6. Запишите разложение вектора $\bar{d}\{-4;2\}$ по координатным векторам $\bar{i}$ и $\bar{j}$. 7. Даны два вектора $\bar{a}\{-2;3\},\bar{b}\{1;1\}$: 1) найдите координаты вектора $\bar{a}+\bar{b}$ 2) будут ли коллинеарными векторы $\bar{a}+\bar{b}$ и $\bar{c}\{-2;8\}$ 8. Найдите координаты вектора $\bar{c}=3\bar{a}-2\bar{b}$, если $\bar{a}\{-1;3\},\bar{b}\{2;7\}$.	1. От точки В отложите вектор: а) равный $\vec{a}$; б) сонаправленный $\overline{b}$;в) противоположно направленный $\bar{c}$.  2. ABCD – квадрат. Равны ли векторы: а) $\overline{BA}$ и $\overline{DC}$ ____; б) $\overline{DA}$ и $\overline{BC}$ _____; в) $\overline{DC}$ и $\overline{DA}$ 3. Начертите два неколлинеарных вектора $\bar{a}$ и $\bar{b}$. Постройте вектор $3\bar{b}-\frac{1}{2}\bar{a}$. 4. В параллелограмме ABCD на стороне BC отмечена точка Р так, что BP:PC=3:1, О – точка пересечения диагоналей. Выразите векторы $\overline{AO}$ и $\overline{PA}$ через векторы $\bar{a}=\overline{AB}$ и $\bar{b}=\overline{AD}$. 5. Чему равны координаты вектора $\bar{a}=-2\bar{i}+\bar{j}$ 1) $\bar{a}\{-2;0\}$ 2) $\bar{a}\{-2;-1\}$ 3) $\bar{a}\{-2;1\}$ 6. Запишите разложение вектора $\bar{c}\{4;-2\}$по координатным векторам $\bar{i}$ и $\bar{j}$. 7. Даны два вектора $\bar{a}\{-3;4\},\bar{b}\{1;2\}$: 1) найдите координаты вектора $\bar{a}-\bar{b}$ 2) будут ли коллинеарными векторы $\bar{a}-\bar{b}$ и $\bar{c}\{4;-2\}$ 8. Найдите координаты вектора $\bar{c}=2\bar{a}+3\bar{b}$, если $\bar{a}\{-2;1\},\bar{b}\{1;3\}$.

РАЗДЕЛ 2.НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

ТЕМА 2.1. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Самостоятельная работа по теме «Производные элементарных функций»

Цель: закрепление формул производных элементарных функций, используя таблицу «Формулы дифференцирования элементарных функций» (смотри ниже)

Задание: Найти производную каждой функции. Сопоставь правильные ответы к заданию. Выбрать свой вариант по номеру в журнале группы (1 вариант для нечетных номеров, 2вариант - для четных).прочитать стр 171 -180

Литература: Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учеб. для студ. учреждений сред. проф. образования /М.И.Башмаков.-4-е изд., стер.-М. :Издательский центр «Академия»,2017.-256с.

Критерии оценивания: (за каждое правильно выполненное задание по одному баллу)
оценка «5»-все задания выполнены,«4»-выполнено 6-7 заданий;«3»- выполнено 4-5 заданий;
«2»- выполнено менее 4 заданий.

Методические указания: **Формулы дифференцирования элементарных функций:**

$f(x)=c,\ c=\mathrm{const}$	$f'(x)=0$	$f(x)=ax+b$	$f'(x)=a$
$f(x)=x^2$	$f'(x)=2x$	$f(x)=x^3$	$f'(x)=3x^2$
$f(x)=\dfrac{1}{x}$	$f'(x)=-\dfrac{1}{x^2}$	$f(x)=\sqrt{x}$	$f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
$f(x)=x^a$	$f'(x)=a^x\ln x$	$f(x)=a^x$	$f'(x)=ax^{a-1}$
$f(x)=\log_a x$	$f'(x)=\dfrac{1}{x\ln a}$	$f(x)=\ln x$	$f'(x)=\dfrac{1}{x}$
$f(x)=\sin x$	$f'(x)=\cos x$	$f(x)=\cos x$	$f'(x)=-\sin x$
$f(x)=\mathrm{tg}\,x$	$f'(x)=\dfrac{1}{\cos^2 x}$	$f(x)=\mathrm{ctg}\,x$	$f'(x)=-\dfrac{1}{\sin^2 x}$
$f(x)=\arcsin x$	$f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$f(x)=\arccos x$	$f'(x)=-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$f(x)=\mathrm{arctg}\,x$	$f'(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$	$f(x)=\mathrm{arcctg}\,x$	$f'(x)=-\dfrac{1}{1+x^2}$

Форма выполнения задания: решение письменно в тетради

Вариант 1.

1. $f(x) = x^2$
2. $f(x) = 2x$
3. $f(x) = x^{-7}$
4. $f(x) = 5{,}2$
5. $f(x) = 2x^4 – 4x^3 + 8x – 10$
6. $f(x) = 2 \cos x$
7. $f(x) = (x – 3)^2$
8. $f(x) = x^3 +5$

ответы:

1. 2
2. $8x^3 – 12x^2 + 8$
3. 0
4. $- 2 \sin x$
5. $-7x^{-8}$
6. $2x$
7. $2(x – 3)$
8. $3x^2$

Вариант 2.

1. $f(x) = x^3$
2. $f(x) = 3x$
3. $f(x) = x^{-8}$
4. $f(x) = 3{,}7$
5. $f(x) = 3x^5 – 4x^2 + 2x – 8$
6. $f(x) = 3 \sin x$
7. $f(x) = (x – 2)^3$
8. $f(x) = x^4 -5$

1. $-8x^{-9}$
2. $3x^2$
3. $15x^4 - 8x +2$
4. 3
5. $4x^3$
6. $3 \cos x$
7. 0
8. $3(x – 2)^2$

.

Контрольные вопросы:

1.Что такое прозводная? 2.Что такое дифференцирование?
3. Кто является основоположником теории о производной?

Самостоятельная работа по теме «Производные элементарных функций»(тест)

Цель: закрепление формул производных элементарных функций, используя таблицу «Формулы дифференцирования элементарных функций» (смотри ниже)

Задание: выполнить тест. 2 варианта. Выбрать свой вариант по номеру в журнале группы (1 вариант для нечетных номеров, 2вариант - для четных). Выполнить самопроверку.

Критерии оценивания: оценка «5»-все задания выполнены,«4»-выполнено 3 задания;«3»- выполнено 2 задания; «2»- выполнено менее 2 заданий.

Методические указания: прочитать стр 171 -182 учебника

Литература: Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учеб. для студ. учреждений сред. проф. образования /М.И.Башмаков.-4-е изд., стер.-М. :Издательский центр «Академия»,2017.-256с

Форма выполнения задания: решение письменно в тетради.

ВАРИАНТ 1

1. Производная функции $f(x)=\frac{1}{5}x^5-4x^3+8$ равна:

а) $\frac{1}{5}x^4-4x^2$; б) x^4-12x^2; в) x^5-4x;

г) x^6-12x^4+8x.

2. Производная функции $y=x\cos x+x^2\sin x$ в точке $x_0=\frac{\pi}{2}$

равна:

а) $1-\pi^2$; б) π; в) $\frac{\pi}{2}$; г) $-\pi$.

3. Производная функции $y=\frac{x^2+1}{x-1}$ в точке $x_0=-1$ равна:

а) $0{,}5$; б) 1; в) $-0{,}5$; г) -1.

4. Производная функции $y=\sqrt{2}\cos x+\sin\frac{\pi}{4}+\frac{2}{\pi}x^2$ в точке

$x=\frac{\pi}{4}$ равна:

а) $0{,}5$; б) $-0{,}5$; в) 1; г) 0.

ВАРИАНТ 2

1. Производная функции $f(x)=\frac{1}{4}x^4-3x^2+5$ равна:

а) $\frac{1}{4}x^3$; б) x^4-3x^2; в) x^3-6x; г) x^5-6x^3+5x

2. Производная функции $y=x^2\cos x-\sin x$ в точке $x_0=\pi$

равна:

а) $1-2\pi$, б) π; в) $\frac{\pi}{2}$; г) $-\pi$

3. Производная функции $y=\frac{x^2-1}{x+1}$ в точке $x_0=1$ равна:

а) $0{,}5$; б) 1; в) $-0{,}5$; г) -1.

4. Производная функции $y=\sqrt{3}\sin x+\cos\frac{\pi}{3}-\frac{3}{\pi}x^2$ в точке

$x=\frac{\pi}{6}$ равна:

а) $0{,}5$; б) $-0{,}5$; в) 1; г) 0.

Вариант	№1	№2	№3	№4
1	б	в	б	г
2	в	а	б	а

ТЕМА 2.2. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Самостоятельная работа по теме «Интегрирование элементарных функций»

Цель: приобрести навыки и умения при нахождении первообразных простейших функций.уметь**:**- находить неопределенный интеграл простейших функций;знать- правила интегрального исчисления. Закрепление формул интегрирования элементарных функций, используя таблицу «Таблица простейших интегралов» (смотри ниже)

Задание: Найти первообразные для каждой функции № 1-3. В четвертом задании найдите для заданной функции *f(x)* ту первообразную, график которой проходит через точку ***М***. вариант соответствует номеру в журнале группы.

Критерии оценивания: оценка «5»-все задания выполнены,«4»-выполнено 3 задания;«3»- выполнено 2 задания; «2»- выполнено менее 2 заданий.

Методические указания:используй конспекты с уроков

Форма выполнения задания: решение письменно в тетради

Вариант 1, 11, 21 1. $f(x)=1+2x^4-\frac{1}{x^3}$ $на$ $(0;+\infty)$ 2. $f(x)=\cos 3x+1$ $на$ $(-\infty;+\infty)$ 3. $f(x)=(1-4x)^5$ $на$ $(-\infty;+\infty)$ 4. $f(x)=\frac{3}{\sin^2 2x}$, $M\left(\frac{\pi}{8};2\right)$	Вариант 2, 12, 22 1. $f(x)=3-2x^3+\frac{1}{x^2}$ $на$ $(0;+\infty)$ 2. $f(x)=\sin 2x-1$ $на$ $(-\infty;+\infty)$ 3. $f(x)=(2-5x)^6$ $на$ $(-\infty;+\infty)$ 4. $f(x)=\frac{2}{\cos^2 x}$, $M\left(\frac{\pi}{4};3\right)$
Вариант 3,13, 23 1. $f(x)=2+\frac{3}{x^2}-3x^4$ $на$ $(0;+\infty)$ 2. $f(x)=3\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ $на$ $(-\infty;+\infty)$ 3. $f(x)=\sqrt{3x+2}$ $на$ $\left(-\frac{2}{3};+\infty\right)$ 4. $f(x)=\frac{3}{\cos^2 3x}$, $M\left(\frac{\pi}{12};3\right)$	Вариант 4, 14, 24 1. $f(x)=4-5x^2+\frac{4}{x^3}$ $на$ $(0;+\infty)$ 2. $f(x)=2\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ $на$ $(-\infty;+\infty)$ 3. $f(x)=(1-5x)^{-4}$ $на$ $\left(\frac{\sqrt{5}}{5};+\infty\right)$ 4. $f(x)=\frac{2}{\sin^2 3x}$, $M\left(\frac{\pi}{6};1\right)$
Вариант 5, 15 1. $f(x)=2-2x^3+\frac{3}{x^4}+x$ $на$ $(0;+\infty)$ 2. $f(x)=5\sin x+2$ $на$ $(-\infty;+\infty)$ 3. $f(x)=(5-9x)^8$ $на$ $(-\infty;+\infty)$ 4. $f(x)=2\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$, $M\left(\frac{\pi}{3};2\right)$	Вариант 6, 16 1. $f(x)=1+2x^2-\frac{5}{x^3}+x$ $на$ $(0;+\infty)$ 2. $f(x)=2\sin x-1$ $на$ $(-\infty;+\infty)$ 3. $f(x)=(4+8x)^9$ $на$ $(-\infty;+\infty)$ 4. $f(x)=3\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$, $M\left(\frac{\pi}{6};4\right)$

Вариант 7,17 1. $f(x)=3+\frac{3}{x^3}+4x^2-5 \quad на \quad (0;+\infty)$ 2. $f(x)=2\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right) \quad на \quad (-\infty;+\infty)$ 3. $f(x)=(3-4x)^7 \quad на \quad (-\infty;+\infty)$ 4. $f(x)=4\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right), \quad M\left(\frac{\pi}{8};4\right)$	Вариант 8,18 1. $f(x)=2-\frac{4}{x^2}+3x^3+4 \quad на \quad (0;+\infty)$ 2. $f(x)=2\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right) \quad на \quad (-\infty;+\infty)$ 3. $f(x)=(2-5x)^7 \quad на \quad (-\infty;+\infty)$ 4. $f(x)=3\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right), \quad M\left(\frac{\pi}{8};3\right)$
Вариант 9,19 1. $f(x)=\frac{2}{x^4}+3x^3-5x+1 \quad на \quad (0;+\infty)$ 2. $f(x)=2\sin 4x+3 \quad на \quad (-\infty;+\infty)$ 3. $f(x)=(2-6x)^7 \quad на \quad (-\infty;+\infty)$ 4. $f(x)=3\cdot\frac{1}{\cos^2 3x}, \quad M\left(\frac{\pi}{3};1\right)$	Вариант10,20 1. $f(x)=\frac{5}{x^5}-3x^3+5x-1 \quad на \quad (0;+\infty)$ 2. $f(x)=3\cos 4x-2 \quad на \quad (-\infty;+\infty)$ 3. $f(x)=(1-5x)^6 \quad на \quad (-\infty;+\infty)$ 4. $f(x)=2\cdot\frac{1}{\sin^2 3x}, \quad M\left(\frac{\pi}{6};5\right)$

Самостоятельная работа по теме «Вычисление интеграла. Вычисление площади фигуры»

Цель: приобрести навыки и умения интегрирования простейших функций,зная правила интегрального исчисления. Закрепление формул интегрирования элементарных функций,

Задание: в № 1-№3 вычислить определенный интеграл. В четвертом задании найдите площадь фигуры, предварительно построить графики функций в одной системе координат. Вариант соответствует номеру в журнале группы.

Критерии оценивания: (за каждое правильно выполненное задание по одному баллу) оценка «5»-все задания выполнены,«4»-выполнено 3 задания;«3»- выполнено 2 задания; «2»- выполнено менее 2 заданий.

Форма выполнения задания: решение письменно в тетради

Методические указания: используй таблицу и примеры:

Пример 1. $\int(2\sin x+6-3x^2)\,dx = 2\int\sin x\,dx+6\int dx-$
$-3\int x^2dx = -2\cos x+6x-x^3+C.$

Пример 2. $\int\left(\frac{2}{1+x^2}+\sin^2\frac{x}{2}\right)dx = 2\int\frac{1}{1+x^2}dx+\int\Big(\frac{1}{2}-$
$-\frac{1}{2}\cos x\Big)dx = 2\,\mathrm{arctg}\,x+\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}\sin x+C.$

Таблица простейших интегралов

1. $\int 0\cdot du = C;$ 2. $\int 1\cdot du = u+C;$

3. $\int u^\alpha du = \frac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C, \alpha\neq -1;$ 4. $\int\frac{1}{u^2}du = -\frac{1}{u}+C;$

5. $\int\frac{1}{\sqrt{u}}du = 2\sqrt{u}+C;$ 6. $\int\frac{1}{u}du = \ln|u|+C;$

7. $\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a}+C;$ 8. $\int e^u du = e^u+C;$

9. $\int\sin u\,du = -\cos u+C;$ 10. $\int\cos u\,du = \sin u+C;$

11. $\int\frac{1}{\cos^2 u}du = \mathrm{tg}\,u+C;$ 12. $\int\frac{1}{\sin^2 u}du = -\mathrm{ctg}\,u+C;$

Криволинейной трапецией называют некоторую фигуру G, ограниченную линиями $y = f(x)$, $y = 0$, $x = a$ и $x = b$, причем функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a; b]$ и не меняет на нем свой знак **(рис. 1).** Площадь криволинейной трапеции можно обозначить S(G).

Рис. 1

Определенный интеграл $\int_a^b f(x)dx$ для функции $f(x)$, являющийся непрерывной и неотрицательной на отрезке $[a; b]$, и есть площадь соответствующей криволинейной трапеции.
То есть, чтобы найти площадь фигуры G, ограниченной линиями $y = f(x)$, $y = 0$, $x = a$ и $x = b$, необходимо вычислить определенный интеграл $\int_a^b f(x)dx$.
Таким образом, $\mathbf{S(G) = \int_a^b f(x)dx}$.
В случае, если функция $y = f(x)$ не положительна на $[a; b]$, то площадь криволинейной трапеции может быть найдена по формуле $\mathbf{S(G) = -\int_a^b f(x)dx}$.
Пример 1.Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\mathbf{y = x^3;\ y = 1;\ x = 2.}$
Решение.
Заданные линии образуют фигуру ABC, которая показана штриховкой на **рис. 2.**Искомая площадь равна разности между площадями криволинейной трапеции DACE и квадрата DABE.
Используя формулу $S = \int_a^b f(x)dx = S(b) - S(a)$, найдем пределы интегрирования. Для этого решим систему двух уравнений:

$$\begin{cases} y = x^3, \\ y = 1. \end{cases}$$

Таким образом, имеем $x_1 = 1$ – нижний предел и $x = 2$ – верхний предел.
Итак, $S = S_{DACE} - S_{DABE} = \int_1^2 x^3\,dx - 1 = x^4/4|_1^2 - 1 = (16 - 1)/4 - 1 = 11/4$ (кв. ед.).***Ответ: 11/4 кв. ед.***

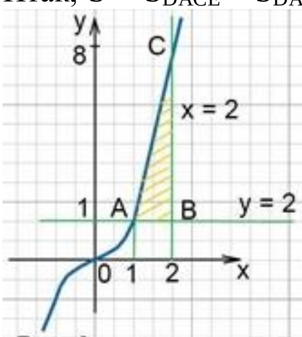


Рис. 2

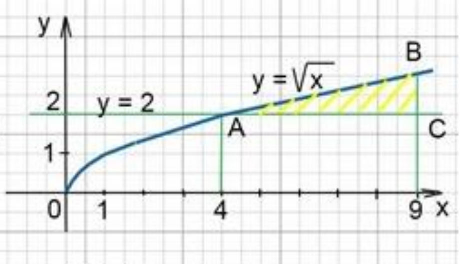


Рис. 3

Пример 2.Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\mathbf{y = \sqrt{x};\ y = 2;\ x = 9.}$
Решение.Заданные линии образуют фигуру ABC, которая ограничена сверху графиком функции
$y = \sqrt{x}$, а снизу графиком функции $y = 2$. Полученная фигура показана штриховкой на **рис. 3.**
Искомая площадь равна $S = \int_a^b(\sqrt{x} - 2)$. Найдем пределы интегрирования: $b = 9$, для нахождения a, решим систему двух уравнений:

$$\begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ y = 2. \end{cases}$$

Таким образом, имеем, что $x = 4 = a$ – это нижний предел.
Итак, $S = \int_4^9 (\sqrt{x} - 2)dx = \int_4^9 \sqrt{x}\,dx - \int_4^9 2dx = 2/3\, x\sqrt{x}|_4^9 - 2x|_4^9 = (18 - 16/3) - (18 - 8) = 2\ 2/3$ (кв. ед.).
Ответ: S = 2 2/3 кв. ед.

Вариант 1, 11, 21 1. $\int_{0}^{2} x^3 dx$ 2. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\sin^2 x}$ 3. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x dx$ 4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4 - x^2$, $y = 4 - 2x$.	Вариант 2, 12, 22 1. $\int_{0}^{3} x^4 dx$ 2. $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{cos^2 x}$ 3. $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx$ 4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4 - x^2$, $y = x + 2$.	Вариант 3,13, 23 1. $\int_{0}^{1} \sqrt{x} dx$ 2. $\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx$ 3. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x}$ 4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 9 - x^2$, $y = 5$.	Вариант 4, 14, 24 1. $\int_{4}^{9} \frac{dx}{\sqrt{x}}$ 2. $\int_{0}^{\frac{\pi}{6}} \cos x dx$ 3. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{3dx}{\sin^2 x}$ 4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 9 - x^2$, $y = x + 3$.
Вариант 5,15 1. $\int_{0}^{3\frac{1}{3}} x^2 dx$ 2. $\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \sin 3x dx$ 3. $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \frac{2dx}{\cos^2 x}$ 4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -x^2 + 4$, $y = 2x + 4$	Вариант 6, 16 1. $\int_{0}^{2} x^3 dx$ 2. $\int_{0}^{\frac{\pi}{6}} \cos 3x dx$ 3. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{5dx}{\sin^2 x}$ 4.Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -x^2 + 4$, $y = 2 - x$.	Вариант 7,17 1. $\int_{0}^{1} (2x+1) dx$ 2. $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1+\cos x) dx$ 3. $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} (1+tg^2 x) dx$ 4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 2$, $y = 6$.	Вариант 8,18 1. $\int_{0}^{2} (x^3 - 1) dx$ 2. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (\cos^2 x - \sin^2 x) dx$ 3. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} (1+ctg^2 x) dx$ 4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 2$, $y = x + 4$.
Вариант 9,19 1. $\int_{0}^{1} (3x+2) dx$ 2. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 2\sin x \cos x dx$ 3. $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{0} (1+tg^2 x) dx$ 4.Вычислите площадь фигуры,ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 6x - x^2$.	Вариант 10, 20 1. $\int_{0}^{2} (2x+3) dx$ 2. $\int_{0}^{\frac{\pi}{6}} (1-\sin x) dx$ 3. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} (1+ctg^2 x) dx$ 4.Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = -x^2 - 4x$.		

Контрольные вопросы: 1. Формула Ньютона-Лейбница?

2.Площадь криволинейной трапеции численно равна определенному интегралу $\int_{a}^{b} f(x) dx$?

РАЗДЕЛ 3. ГЕОМЕТРИЯ.

ТЕМА 3.1. ПРЯМЫЕ И ПЛОСКОСТИ В ПРОСТРАНСТВЕ
Самостоятельная работа по теме
«Основные понятия стереометрии. Аксиомы. Следствия из аксиом»

Цель: повторение теоретического материала; обобщение навыка решения задач по данной теме;
Задание: изучи конспект с урока и выполни тест. Выберите один верный вариант из предложенных.

Критерии оценивания:

Количество верных ответов	Оценка
90-100% (14-16)	5 (отлично)
70-89% (11-13)	4 (хорошо)
50-69% (8-10)	3 (удовлетворительно)
Менее 50% (7 и менее)	2 (неудовлетворительно)

Методические указания: Основные фигуры в пространстве: точки, прямые и плоскости.
Форма выполнения задания: таблица, ответы записать в таблицу.

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**

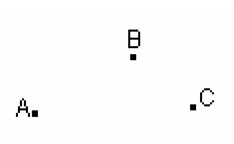


рис. 1

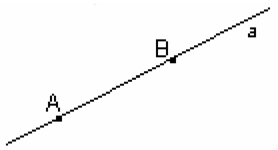


рис. 2

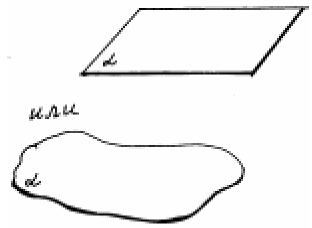
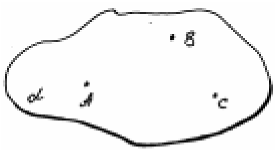


рис. 3

Основные свойства точек, прямых и плоскостей, касающиеся их взаимного расположения, выражены в аксиомах.

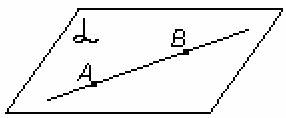
А1. Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.



$A\in \alpha$
$B\in \alpha$ (точки A, B, C лежат в плоскости α)
$C\in \alpha$

рис. 4

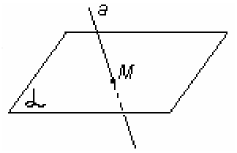
А2. Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости



$AB\subset \alpha$
Прямая АВ лежит в плоскости α

рис. 5

Замечание. Если прямая и плоскость имеют только одну общую точку, то говорят, что они пересекаются.

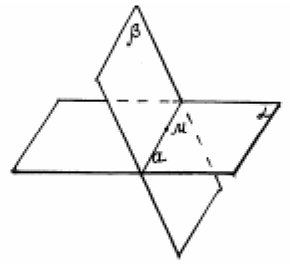


$a \cap \alpha = M$

Прямая a и плоскость α пересекаются в точке М.

рис. 6

А3. Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.



$\alpha \cap \beta = a$

α и β пересекаются по прямой a.

рис. 7

Следствие 1. Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость, и притом только одна.

Следствие 2. Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна.

Тест :

1. **Стереометрия – это раздел геометрии, в котором изучаются:**
   А – положение, размеры и свойства геометрических фигур на плоскости
   В – расположение, движение, строение и происхождение небесных тел и образованных ими систем
   С – положение, форма, размеры и свойства пространственных фигур и геометрических тел
2. **Основными понятиями стереометрии являются:**
   А – точка, прямая, треугольник, квадрат, круг
   В – точка, прямая, плоскость
   С – куб, пирамида, конус, цилиндр, шар
3. **Продолжите аксиому: Через любые две точки пространства проходит:**
   А – единственная прямая
   В - множество прямых
   С – две различные прямые
4. **Сколько плоскостей может проходить через три данные точки в пространстве:**
   А – только одна плоскость
   В – бесконечно много плоскостей
   С – либо одна, либо бесконечно много плоскостей, зависит от расположения точек
5. **Сколько плоскостей может проходить через три данные точки, не принадлежащие одной прямой:**
   А – только одна плоскость
   В – бесконечно много плоскостей
   С – три плоскости
6. **Сколько плоскостей можно провести через одну прямую:**
   А – одну
   В – две
   С – бесконечно много
7. **Если прямая имеет с плоскостью две общие точки, то:**
   А – она пересекает плоскость
   В – она лежит в этой плоскости
   С – других общих точек нет
8. **Через прямую и не принадлежащую ей точку проходит:**
   А – бесконечно много плоскостей

B – две плоскости
C – единственная плоскость

9. **Даны четыре точки, не принадлежащие одной плоскости. Могут ли три из них принадлежать одной прямой?**
   A – да, могут
   B – нет, не могут
10. **Могут ли две плоскости иметь только две общие точки:**
   A – нет, они будут пересекаться по прямой
   B – да, могут
   C – в этом случае плоскости совпадут
11. **Могут ли пересекающиеся плоскости иметь общую точку, не принадлежащую линии пересечения этих плоскостей:**
   A – могут
   B – не могут
12. **Даны плоскость α и прямоугольник ABCD. Может ли плоскости α принадлежать только 3 вершины прямоугольника:**
   A – нет, не может – если плоскости принадлежат 3 вершины, то принадлежит и 4-ая
   B – да, может
13. **Каждая ли точка дуги окружности принадлежит плоскости, если известно, что этой плоскости принадлежат две точки дуги:**
   A – да, все точки дуги принадлежат плоскости
   B – нет, остальные точки дуги могут не принадлежать плоскости
   C – плоскости может принадлежать только одна точка дуги
14. **Даны две пересекающиеся прямые. Будут ли лежать в одной плоскости все прямые, пересекающие обе данные прямые и не проходящие через их точку пересечения:**
   A – все прямые будут лежать в одной плоскости
   B – найдутся прямые, которые не будут лежать в одной плоскости
   C – таких прямых не существует
15. **Три плоскости имеют общую точку. Верно ли утверждение, что эти плоскости обязательно имеют общую прямую:**
   A – да, верно
   B – нет, неверно
   C – три плоскости не могут иметь общую точку
16. **Сколько прямых можно провести через различные пары из четырёх точек:**
   A – 2
   B – 4

Контрольные вопросы:

1.Основные фигуры в пространстве?
2.Как обозначается плоскость?

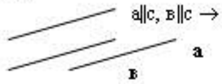
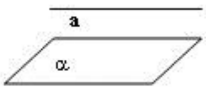
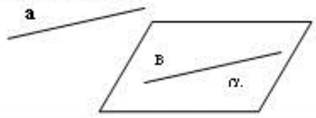
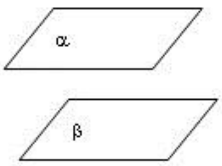
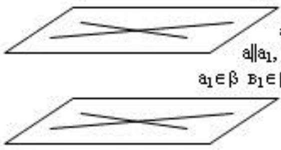
Самостоятельная работа   по теме:
«Параллельность прямых в пространстве. Параллельность прямой и плоскости»

Цели: повторение теоретического материала; обобщение навыка решения задач по данной теме;

Задание: I. Записать решение задач № 1;2 в тетрадь. **II**. Решить один вариант работы.

Критерии оценивания: оценка «5»-все задания выполнены,«4»-выполнено I и 2 задачи;«3»- выполнено I и 1 задача; «2»- не выполнено ни одно задание.

Методические указания:

ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ В ПРОСТРАНСТВЕ	
определения	**признаки**
ПРЯМЫЕ В ПРОСТРАНСТВЕ	
Опр: Прямые в пр-ве параллельны, если они не пересекаются и лежат в одной плоскости.  a ; a‖в ; a∈α, в∈α	**Признак:** Две прямые в пр-ве, параллельные третьей, параллельны между собой.  a‖c, в‖c → a‖в ; a ; в ; c
ПРЯМАЯ И ПЛОСКОСТЬ	
Опр: Прямая и плоскость параллельны, если они не пересекаются.  a ; α ; a‖α	**Признак:** Если прямая, не лежащая в плоскости, параллельна какой-нибудь прямой в этой пл-ти, то она параллельна и самой плоскости. a∉α, в∈α, a‖в→a‖α  a ; в ; α.
ПЛОСКОСТИ В ПРОСТРАНСТВЕ	
Опр: Две плоскости параллельны, если они не пересекаются.  α ; β ; α‖β	**Признак:** Если две пересекающиеся прямые од-ной пл-ти соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.  a∩в=C ; a‖a₁, в‖в₁ ; a₁∈β в₁∈β →α‖β

I. Записать решение задач в тетрадь.

№1. *Дано: ABCD* – трапеция; α – плоскость; $\alpha \cap AB$ в точке *M*; $\alpha \cap CD$ в точке *N*; $AM = MB$; $CN = ND$; $MN = 8$ см; $AD = 10$ см (рис. 2).

а) *Доказать:* $AD \parallel \alpha$.

б) *Найти*: *BC*.

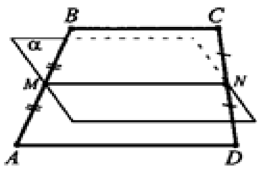


Рис. 2

Доказательство: а) $MN \in \alpha$; *MN* – средняя линия трапеции *ABCD*; $MN \parallel BC$ и $MN \parallel AD$ по свойству средней линии. Значит, $AD \parallel \alpha$.

Решение: б) $MN = \frac{1}{2}(BC + AD) \Rightarrow BC = 2MN - AD = 16 - 10 = 6$ (см).

(*Ответ*: а) $AD \parallel \alpha$; б) $BC = 6$ см.)

№2 . *Дано*: *ABCD* – квадрат; *MA* – прямая; $MA \notin (ABCD)$ (рис. 3).

Доказать: *MA* и *BC* – скрещивающиеся.

Найти: угол между прямыми *MA* и *BC*, если $\angle MAD = 45°$.

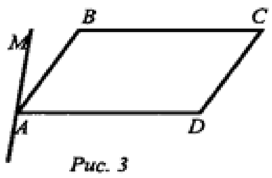


Рис. 3

Доказательство: $MA \notin (ABCD)$, $BC \in (ABCD)$, $MA \cap (ABCD)$ в точке $A \notin BC$. Значит, *MA* и *BC* – скрещивающиеся.

Решение: $BC \parallel AD$ – как противолежащие стороны квадрата, значит, угол между прямыми *MA* и *BC* будет $\angle MAD = 45°$ по условию.

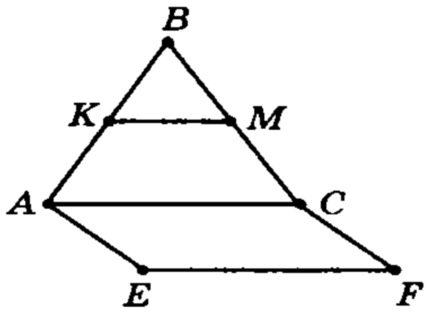
(*Ответ*: а) *MA* и *BC* – скрещивающиеся; б) угол между прямыми *MA* и *BC* равен 45°.)

Форма выполнения задания: письменная работа в тетради

I I. Решить задачи:

Вариант 1

1



Треугольник ABC и квадрат $AEFC$ не лежат в одной плоскости (см. рисунок).
Точки K и M — середины отрезков AB и BC соответственно.
а) Докажите, что $KM \parallel EF$.
б) Найдите KM, если $AE = 8$ см.

2

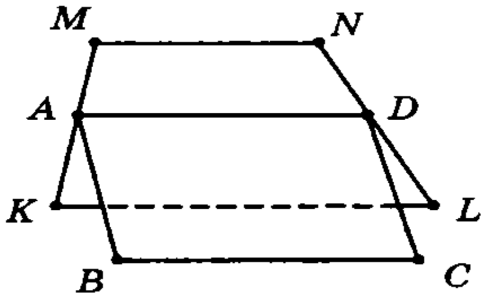
Отрезок AB не пересекается с плоскостью α. Через концы отрезка AB и его середину (точку M) проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках A_1, B_1 и M_1 соответственно.
а) Докажите, что точки A_1, B_1 и M_1 лежат на одной прямой.
б) Найдите AA_1, если $BB_1 = 12$ см, $MM_1 = 8$ см.

3

Прямая c пересекает параллельные прямые a и b. Докажите, что прямые a, b и c лежат в одной плоскости.

вариант 2

1



Квадрат $ABCD$ и трапеция $KMNL$ не лежат в одной плоскости (см. рисунок).
Точки A и D — середины отрезков KM и NL соответственно.
а) Докажите, что $KL \parallel BC$.
б) Найдите BC, если $KL = 10$ см, $MN = 6$ см.

2

Через конец A отрезка AB проведена плоскость α. Через точку M (середину отрезка AB) и точку B проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках M_1 и B_1 соответственно.
а) Докажите, что точки A, B_1 и M_1 лежат на одной прямой.
б) Найдите BB_1, если $MM_1 = 4$ см.

3

Даны пересекающиеся прямые a и b. Прямая c параллельна прямой a и пересекает прямую b. Докажите, что прямые a, b и c лежат в одной плоскости.

Контрольные вопросы:

1. Какие прямые в пространстве называются параллельными?
2. Интерес вызывают прямые, которые не имеют общих точек и не параллельны. Это?...скрещивающиеся прямые. Дайте определение скрещивающихся прямых.
3. Сформулируйте признак параллельности прямых. (Две прямые, параллельные третьей прямой, параллельны.)
4. В каком случае прямая и плоскость называются параллельными?

Самостоятельная работа по теме: «Перпендикулярность прямых в пространстве. Перпендикулярность прямой и плоскости»

Цель: повторение теоретического материала; обобщение навыка решения задач по данной теме; развитие пространственного воображения и логического мышления обучающихся

Задание: I. Повторение теоретического материала.Письменно ответить на вопросы.
Методические указания:стр 88-89 Прочитать указанные страницы, выделить главное в содержании, ответить на вопросы, в ответе четкость, компактность, точность.
Литература: Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учеб. для студ. учреждений сред. проф. образования /М.И.Башмаков.-4-е изд., стер.-М. :Издательский центр «Академия»,2017.-256с.
Вопросы:
1. Какие прямые в пространстве называются перпендикулярными?
2. Дайте определение перпендикулярности прямой и плоскости.
3. Сформулируйте признак перпендикулярности прямых в пространстве.
4. Сформулируйте признак перпендикулярности прямой и плоскости.
5. Что называется расстоянием от точки до плоскости?
6. Что такое наклонная, проведенная из данной точки к плоскости? Что такое проекция наклонной?
7. Сформулируйте прямую и обратную теоремы о трех перпендикулярах.
8. Сформулируйте признак перпендикулярности плоскостей.
9. Что называется углом между прямой и плоскостью?
10.Ответить на вопросы (выбрать букву правильного ответа).

Ответьте на вопросы:	**Варианты ответов**:	**Правильные ответы**
1. В каких пределах измеряется угол между двумя прямыми?	А) $0° \le \alpha \le 180°$ Б) $0° < \alpha < 180°$ В) $0° \le \alpha \le 90°$ Г) $0° \le \alpha \le 360°$	В
2. Даны прямая *а* и точка А, лежащая на этой прямой. Сколько прямых, перпендикулярных прямой *а* и проходящих через точку *А*, можно провести?	А) Бесконечное множество Б) Одну В) Ни одной	А
3. Даны прямая *а* и точка *А*, не лежащая на этой прямой. Сколько прямых, перпендикулярных *а* и проходящих через точку *А*, можно провести?	А) Одну Б) Ни одной В) Бесконечное множество	А,В
4. $a \perp \alpha$ и $в \perp \alpha$. Как расположены прямые *а* и *в*?	А) *а* и *в* пересекаются Б) *а* и *в* скрещиваются В) *а* и *в* параллельны	В
5. $a \perp \alpha$ и $a // в$. Как расположены плоскость α и прямая *в*?	А) *в* пересекает α под любым углом Б) *в* и α параллельны В) *в* и α перпендикулярны Г) *в* лежит в плоскости α	В

II. Записать решение задач в тетрадь. Задача №1

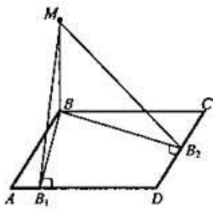


Рис. 1

Через вершину В ромба ABCD проведена прямая BM, перпендикулярная к его плоскости. Найдите расстояние от точки M до прямых, содержащих стороны ромба, если AB = 25 см, ∠BAD = 60°, BM = 12,5 см.

Решение: MB ⊥ (ABCD) ⇒ MB ⊥ AB, MB ⊥ BC ⇒ MB = 12,5 см. BB_1 ⊥ AD, BB_2 ⊥ CD. По теореме о трех перпендикулярах MB_1 ⊥ AD, MB_2 ⊥ DC. ∠A = ∠C, AB = BC, значит, ΔAB1B = ΔCB2B, BB1 = BB2 = 25 · sin60° = 12,5√3 (см).

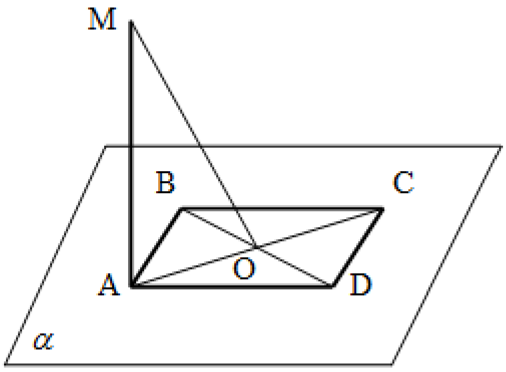
Проекции BB_1 и BB_2 наклонных MB_1 и MB_2 равны, значит, равны и наклонные

(Ответ: 12,5 см, 12,5 см, 25 см.)

Задача №2

Дано:
ABCD – квадрат, O – точка пересечения диагоналей;
AM $\perp \alpha$

Доказать: 1) BD⊥*(AMO)*
2) MO⊥BD



Доказательство:
1) BD⊥*AC как диагонали квадрата и* <u>*AM⊥B*D</u>, т.к. AM $\perp \alpha$, BD лежит в α *По признаку перпендикулярности прямой и плоскости* BD⊥*(AMO)*

2) Т.к. MO лежит в плоскости AMO и BD⊥*(AMO), то* BD⊥*MO.*

Критерии оценивания: оценка «5»-все задания выполнены с подробным объяснением,«4»- все задания выполнены, но нет соответствующих пояснений или доказательствприответах на вопросы;
«3»- выполнено одно задание; «2»- выполнено менее 1 задания

Форма выполнения задания: письменная работа в тетради**.**

Контрольные вопросы:

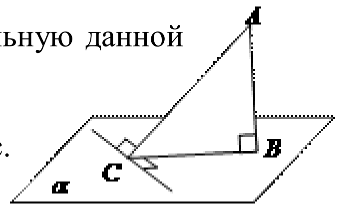
1.Как можно проверить на практике перпендикулярность прямой и плоскости, какие инструменты для этого существуют (с помощью двух треугольников, с помощью двух уровней);

2.На сколько существенно, что в признаке перпендикулярности прямой и плоскости, взяты две ***пересекающиеся*** прямые?

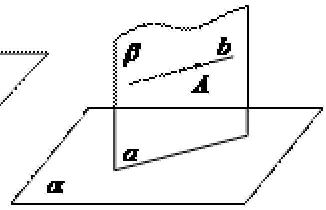
Самостоятельная работа по теме:
«Перпендикуляр и наклонная»

Цель: изучить конспект по теме; обобщение навыка решения задач по данной теме**;**
Задание: решить задачи по теме «Перпендикуляр и наклонная».Всего 13 вариантов. Преподаватель определяет вариант по списку в журнале.
Критерии оценивания: оценка «5»-все задания выполнены с подробным объяснением,«4»- все задания выполнены, но нет соответствующих пояснений или доказательств;«3»- выполнено 2 задания; «2»- выполнено менее 1 задания.
Методические указания: Теорема. Если из одной точки вне плоскости проведены перпендикуляр и наклонные, то:
1) наклонные, имеющие равные проекции, равны;
2) из двух наклонных больше та, проекция которой больше;
3) равные наклонные имеют равные проекции;
4) из двух проекций больше та, которая соответствует большей наклонной.
Теорема о трех перпендикулярах. Для того чтобы прямая, лежащая в плоскости, была перпендикулярна наклонной, необходимо и достаточно, чтобы эта прямая была перпендикулярна проекции наклонной (рис.1).
Теорема о площади ортогональной проекции многоугольника на плоскость. Площадь ортогональной проекции многоугольника на плоскость равна произведению площади многоугольника на косинус угла между плоскостью многоугольника и плоскостью проекции.

Рис. 1

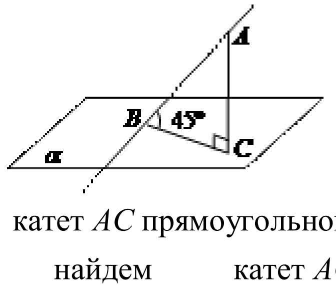


Пример 1. Через данную точку провести прямую, параллельную данной плоскости.
Рис. 2



Решение. *Анализ.* Предположим, что прямая построена (рис. 2). Прямая параллельна плоскости, если она параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в плоскости (по признаку параллельности прямой и плоскости). Две параллельные прямые лежат в одной плоскости. Значит, построив плоскость, проходящую через данную точку и произвольную прямую в данной плоскости, можно будет построить параллельную прямую.
Построение.
1. На плоскости *a* проводим прямую *a*.
2. Прямая *a* и точка *A* задают плоскость. Построим плоскость *b*.
3. В плоскости *b* через точку *A* проведем прямую *b*, параллельную прямой *a*.
4. Построена прямая *b* параллельная плоскости *a*.
Доказательство. По признаку параллельности прямой и плоскости прямая *b* параллельна плоскости *a*, так как она параллельна прямой *a*, принадлежащей плоскости *a*.
Исследование. Задача имеет бесконечное множество решений, так как прямая *a* в плоскости *a* выбирается произвольно.
Пример 2.Определите, на каком расстоянии от плоскости находится точка *A*, если прямая *AB* пересекает плоскость под углом 45º, расстояние от точки *A* до точки *B*, принадлежащей плоскости, равно $3\sqrt{2}$ см?
Решение. Сделаем рисунок (рис. 3):

Рис. 3



AC – перпендикуляр к плоскости *a*, *AB* – наклонная, угол *ABC* – угол между прямой *AB* и плоскостью *a*. Треугольник *ABC* – прямоугольный $\angle C = 90°$, так как *AC* – перпендикуляр. Искомое расстояние от точки *A* до плоскости – это катет *AC* прямоугольного треугольника. Зная угол $\angle ABC = 45°$ и гипотенузу $AB = 3\sqrt{2}$ см найдем катет *AC*:
$AC = AB \cdot \cos 45° = 3\sqrt{2} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 3$ (см). *Ответ:* 3 см.

Пример 3.Определите, на каком расстоянии от плоскости равнобедренного треугольника находится точка, удаленная от каждой из вершин треугольника на 13 см, если основание и высота треугольника равны по 8 см?

Решение. Сделаем рисунок (рис. 4). Точка *S* удалена от точек *A, B* и *C* на одинаковое расстояние. Значит, наклонные *SA*, *SB* и *SC* равные, *SO* – общий перпендикуляр этих наклонных. По теореме о наклонных и проекциях *AO* = *BO* = *CO*.

Точка *O* – центр окружности описанной около треугольника *ABC*. Найдем ее радиус:

$$OB = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4S}.$$

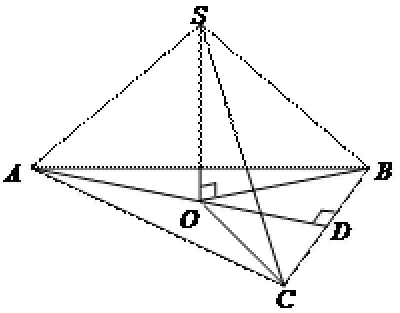


Рис. 4

$$S = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AD = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 = 32 \ (\text{см}^2)$$

где *BC* – основание;

AD – высота данного равнобедренного треугольника.

Находим стороны треугольника *ABC* из прямоугольного треугольника *ABD* по теореме Пифагора:

$\text{AB} = \sqrt{AD^2 + BD^2} = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$ см

Теперь находим *OB*:

$$OB = \frac{4\sqrt{5} \cdot 4\sqrt{5} \cdot 8}{4 \cdot 32} = 5 \ (\text{см})$$

Рассмотрим треугольник *SOB*: $\angle O = 90°$; *SB* = 13 см, *OB* = = 5 см. Находим длину перпендикуляра *SO* по теореме Пифагора:

$$SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \ (\text{см}).$$

Ответ: 12 см.

Пример 4. Даны параллельные плоскости *a* и *b*. Через точку *M*, не принадлежащую ни одной из них, проведены прямые *a* и *b*, которые пересекают *a* в точках A_1 и B_1, а плоскость *b* – в точках A_2 и B_2. Найти A_1B_1, если известно, что MA_1 = 8 см, A_1A_2 = 12 см, A_2B_2 = 25 см.

Решение. Так как в условии не сказано, как расположена относительно обеих плоскостей точка *M*, то возможны два варианта: (рис. 5, а) и (рис. 5, б). Рассмотрим каждый из них. Две пересекающиеся прямые *a* и *b* задают плоскость. Эта плоскость пересекает две параллельные плоскости *a* и *b* по параллельным прямым A_1B_1 и A_2B_2 согласно теореме о параллельных прямых и параллельных плоскостях.

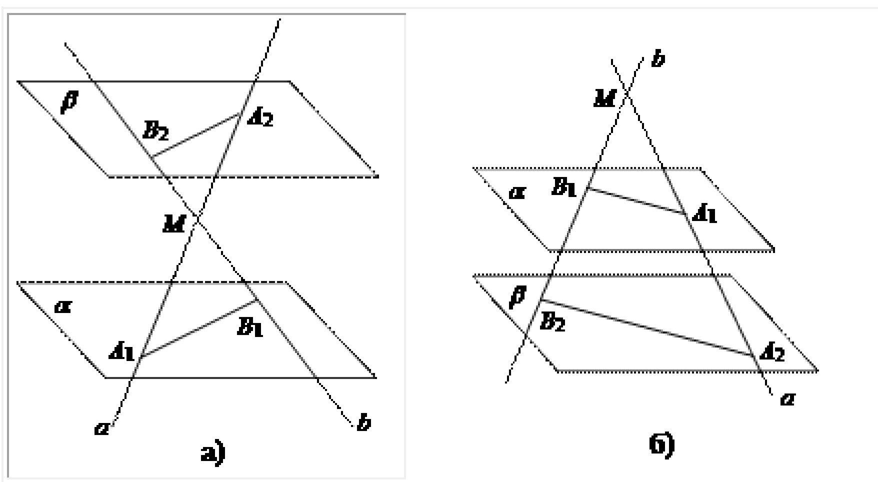


Рис. 5

Треугольники MA_1B_1 и MA_2B_2 подобны (углы A_2MB_2 и A_1MB_1 – вертикальные, углы MA_1B_1 и MA_2B_2 – внутренние накрест лежащие при параллельных прямых A_1B_1 и A_2B_2 и секущей A_1A_2). Из подобия треугольников следует пропорциональность сторон:

$$\frac{MA_1}{MA_2} = \frac{MB_1}{MB_2} = \frac{A_1B_1}{A_2B_2}.$$ Отсюда $$A_1B_1 = \frac{MA_1 \cdot A_2B_2}{MA_2}.$$

Вариант а):

$$A_1A_2 = A_1M + MA_2 \Rightarrow MA_2 = A_1A_2 - A_1M = 12 - 8 = 4 \text{ (см)}$$

$$A_1B_1 = \frac{8 \cdot 25}{4} = 50 \text{ (см)}$$

Вариант б):

$$MA_2 = MA_1 + A_1A_2 = 8 - 12 = 20 \text{ (см)};$$

$$A_1B_1 = \frac{8 \cdot 25}{20} = 10 \text{ (см)}$$

Ответ: 10 см и 50 см.

Форма выполнения задания: письменное решение задач**.**

Вариант 1

1)Точка А не лежит в плоскости, а точка Е - принадлежит этой плоскости. АЕ = 13 см, проекция этого отрезка на плоскость равна 5см. Каково расстояние от точки А до данной плоскости?

2)Равнобедренный треугольник ABE находится в плоскости α. Боковые стороны треугольника ABE равны по 10 см, а сторона основания AE=16 см. К этой плоскости проведены перпендикуляр CB, который равен 6 см, и наклонные CA и CE. Вычислите расстояние от точки C до стороны треугольника AE.

3) Через вершину А прямоугольного треугольника ABC с прямым углом С проведена прямая AD, перпендикулярная к плоскости треугольника, а) Докажите, что треугольник CBD прямоугольный, б) Найдите BD, если BC = 4, DC =6.

Вариант 2

1) Прямая a пересекает плоскость β в точке C, и образует с плоскостью угол 30°. P∈a, точка R - проекция точки P на плоскость β. PR=7 см. Найди PC.

2)Прямоугольный треугольник MBE (∢M=90°) находится в плоскости α. BE=13 см, а ME=12 см. К этой плоскости проведён перпендикуляр CB длиной 7 см. Вычисли расстояние от точки C до стороны треугольника ME.

3)Отрезок AD перпендикулярен к плоскости равнобедренного треугольника ABC. Известно, что AB =AC = 5 см, BC= 6 см, AD = 12 см. Найдите расстояния от концов отрезка AD до прямой BC.

Вариант 3

1) К плоскости α проведена наклонная, длина которой равна 10 см, проекция наклонной равна 6 см. На каком расстоянии от плоскости находится точка, из которой проведена наклонная?

2) Точка K расположена в расстоянии 8 cm от плоскости прямоугольника ABCD и в равных расстояниях от вершин прямоугольника.

Рассчитай, на каком расстоянии от вершин прямоугольника расположена точка K, если длина сторон прямоугольника 24 cm и 18 cm.

3) Через вершину А прямоугольника ABCD проведена прямая АК, перпендикулярная к плоскости прямоугольника. Известно, что KD = 6 см, KB = 7 см, KC=9 см. Найдите: а) расстояние от точки К до плоскости прямоугольника ABCD;

Вариант 4

1) К плоскости α проведена наклонная AB (A∈α). Длина наклонной равна 18 см, наклонная с плоскостью образует угол 60°. Вычисли, на каком расстоянии от плоскости находится точка B.

2) Расстояние от точки G до каждой из вершин правильного треугольника ABC равно 12 см. Найдите расстояние от точки G до плоскости ABC, если AB = 9 см.

3) Прямая OK перпендикулярна к плоскости ромба ABCD, диагонали которого пересекаются в точке O. Найдите это расстояние, если OK = 4,5 дм, AC = 6 дм, BD = 8 дм.

Вариант 5

1) Прямая m пересекает плоскость ß в точке A, и образует с плоскостью угол 60°,P∈ m, точка R - проекция точки P на плоскость β. PR=9 см. Найди PA.
2)Наклонная AD с плоскостью α образует угол 30˚, а наклонная DC с плоскостью α образует угол 45˚. Длина перпендикуляра DB равна 7 см. Вычисли длины обеих наклонных.
3) Через вершину B квадрата ABCD проведена прямая BM, перпендикулярная к его плоскости. Найдите расстояния от точки M до прямых, содержащих стороны и диагонали квадрата, если BM = 10 дм, AB = 5 дм.

Вариант 6

1) Длина отрезка VB равна 10 м. Он пересекает плоскость в точке O. Расстояние от концов отрезка до плоскости соответственно равны 2 м и 3 м. Найди острый угол, который образует отрезок VB с плоскостью.
2) Один из катетов прямоугольного треугольника ABC равен 5, а острый угол, прилежащий к этому катету, равен 60˚. Через вершину прямого угла C проведена прямая CD, перпендикулярная к плоскости этого треугольника, CD = 8. Найдите расстояние от точки D до прямой AB.
3) Из точки A, удаленной от плоскости ß на расстояние 5 см, проведены к этой плоскости наклонные AB и AC под углом 30° к плоскости. Их проекции на плоскость ß образуют угол в 120°. Найдите BC.

Вариант 7

1) Проекции наклонных AD и DC на плоскости α равны соответственно 4 см и 10 см, а угол между ними равен 60°. Вычисли расстояние между концами проекций наклонных.
2) Точка M расположена в расстоянии 10 cm от плоскости прямоугольника ABCD и в равных расстояниях от вершин прямоугольника.
Рассчитай, на каком расстоянии от вершин прямоугольника расположена точка M, если длина сторон прямоугольника 12 cm и 5 cm.
3) Один конец данного отрезка лежит в плоскости α, а другой находится от нее на расстоянии 11 см. Найдите расстояние от середины данного отрезка до плоскости α.

Вариант 8

1) К плоскости α проведена наклонная CD (C∈α). Длина наклонной равна 16 см, наклонная с плоскостью образует угол 30°. Вычисли, на каком расстоянии от плоскости находится точка D.
2) Через вершину B квадрата ABCD проведена прямая BF, перпендикулярная к его плоскости. Найдите расстояния от точки F до прямых, содержащих стороны и диагонали квадрата, если BF = 8 дм, AB = 4 дм.
3) Отрезок KD перпендикулярен к плоскости равнобедренного треугольника KPE. Известно, что KP =KE = 4 см, PE= 8 см, KD = 14 см. Найдите расстояния от концов отрезка KD до прямой PE.

Вариант 9

1) Наклонная AM, проведенная из точки A к данной плоскости, равна 7см. Чему равна проекция этой наклонной на плоскость, если угол между прямой AM и данной плоскостью равен 30°?
2) Расстояние от точки N до каждой из вершин правильного треугольника ABC равно 5 см. Найдите расстояние от точки N до плоскости ABC, если AB = 8 см.
3) Через вершину A прямоугольника ABCD проведена прямая AK, перпендикулярная к плоскости прямоугольника. Известно, что KD = 6 см, KB = 7 см, KC=9 см. Найдите расстояние между прямыми AK и CD.

Вариант 10

1) Наклонная AM, проведенная из точки A к данной плоскости, равна 15. Чему равна проекция этой наклонной на плоскость, если угол между прямой AM и данной плоскостью равен 60°.
2) Прямая BD перпендикулярна к плоскости треугольника ABC. Известно, что BD = 9 см, AC=10 см, BC = BA = 13 см. Найдите расстояние от точки D до прямой AC
3) M расположена в 10 см. от плоскости
прямоугольника ABCD и в равных расстояниях от вершин прямоугольника.
Рассчитай, на каком расстоянии от верши прямоугольника расположена точка M, если длина сторон прямоугольника 16 см и 10 см.

Вариант 11

1) Под углом φ к плоскости α проведена наклонная. Найдите φ, если известно, что проекция наклонной вдвое меньше самой наклонной.

2) Через вершину прямого угла C равнобедренного прямоугольного треугольника ABC проведена прямая CM, перпендикулярная к его плоскости. Найдите расстояние от точки M до прямой AB, если AC = 4 см, а CM = $2\sqrt{7}$ см.
3) Прямая BD перпендикулярна к плоскости треугольника ABC. Известно, что BD = 9 см, AC=10 см, BC = BA = 13 см. Найдите площадь треугольника ACD.

Вариант12

1) Проекции наклонных AM и MC на плоскость α равны соответственно 5 см и 8 см, а угол между ними равен 45°.
Вычисли расстояние между концами проекций наклонных
2) Прямая OK перпендикулярна к плоскости ромба ABCD, диагонали которого пересекаются в точке O. Докажите, что расстояния от точки K до всех прямых, содержащих стороны ромба, равны
3) Через вершину M квадрата MNOR проведена прямая MF, перпендикулярная к его плоскости. Найдите расстояния от точки F до прямых, содержащих стороны и диагонали квадрата, если MF = 12 дм, MN = 6 дм.

Вариант 13

1) Один конец данного отрезка лежит в плоскости ß, а другой находится от нее на расстоянии 12 см. Найдите расстояние от середины данного отрезка до плоскости ß.
2)Точка P расположена на расстоянии 12 см от плоскости прямоугольника ABCD и в равных расстояниях от вершин прямоугольника.Рассчитай, на каком расстоянии от вершин
прямоугольника расположена точка P, если длина сторон прямоугольника 8 см и 6 см.
3) Проекции наклонных MN и MK на плоскости α равны соответственно 8 см и 12 см, а угол между ними равен 30°. Вычисли расстояние между концами проекций наклонных.

Контрольные вопросы:

1.Дайте определение прямой, перпендикулярной плоскости.

2. Какая прямая называется наклонной к плоскости?

3. Что называется проекцией наклонной на плоскость?

4. Как формулируется теорема о трех перпендикулярах?

5.Как определяется угол между прямой и плоскостью?

ТЕМА 3.3. МНОГОГРАННИКИ.

Самостоятельная работа по теме:
« Угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями»

Цель: Уметь находить угол между прямой и плоскостью и угол между плоскостями.

Задание: Решить задачи самостоятельно, всего 9 задач**.**

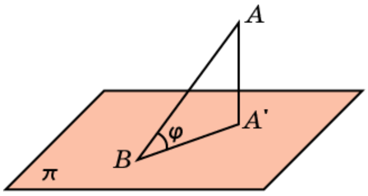
Критерии оценивания: (за каждое правильно выполненное задание по одному баллу) оценка «5»-все 9 заданий выполнены,«4»-выполнено 6-8 заданий;«3»- выполнено 4-5 заданий; «2»- выполнено менее 4 заданий

Методические указания:Теоретические сведения

Угол между прямой и плоскостью.

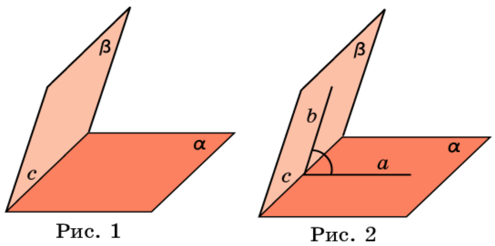
Углом между наклонной и плоскостью называется угол между этой наклонной и ее ортогональной проекцией на данную плоскость.

Считают также, что прямая, перпендикулярная плоскости, образует с этой плоскостью прямой угол.



Определим понятие угла между плоскостями.

Определение: Угол между параллельными плоскостями считается равным нулю.



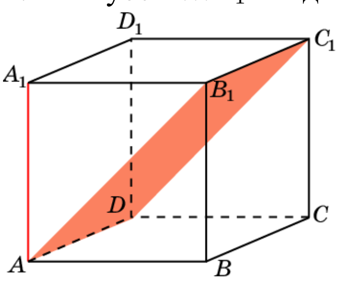
Пусть данные плоскости пересекаются. Проведем плоскость, перпендикулярную прямой их пересечения. Она пересекает данные плоскости по двум прямым. Угол между этими прямыми называется углом между данными плоскостями .

Заметим, что при пересечении двух плоскостей вообще-то образуются четыре угла. В качестве угла между плоскостями мы берем острый угол.

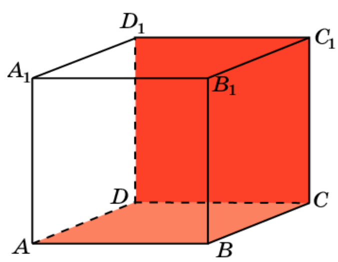
Форма выполнения задания: письменное выполнение заданий в тетради.

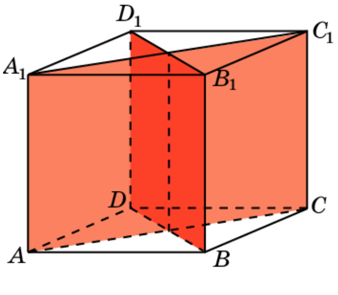
Задание: Решить самостоятельно. Ответы обосновать.

1. Из вершины A квадрата $ABCD$ перпендикулярно его плоскости проведен отрезок AK, равный 3. Из точки K опущены перпендикуляры на стороны BC и CD. Перпендикуляр из точки K к стороне BC равен 6. Найдите углы, которые образуют эти перпендикуляры с плоскостью квадрата.
2. В кубе $A\ldots D_1$ найдите угол между прямой AA_1 и плоскостью AB_1C_1.

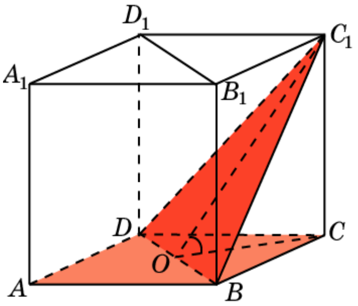


3. В кубе $A\ldots D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и CDD_1.

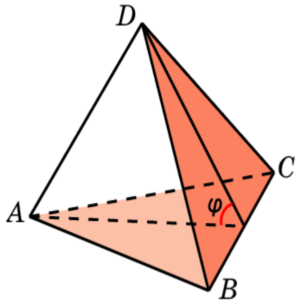




4. В кубе $A\ldots D_1$ найдите угол между плоскостями ACC_1 и BDD_1.
5. В кубе $A\ldots D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и BC_1D.

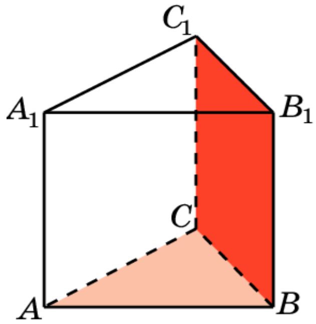


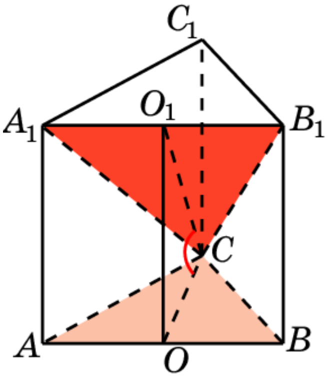
6. В тетраэдре $ABCD$, ребра которого равны 1, найдите угол между плоскостями ABC и BCD.



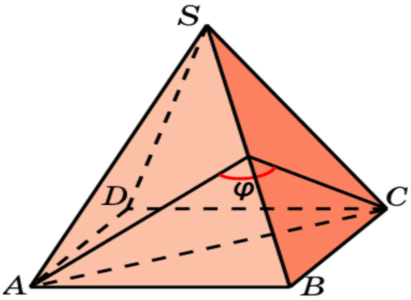
7. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями ABC и BB_1C_1.

8. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями ABC и A_1B_1C.





9. В правильной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите двугранный угол, образованный гранями SAB и SBC.

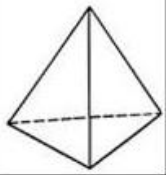
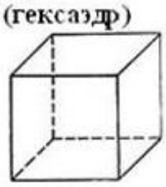
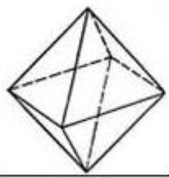
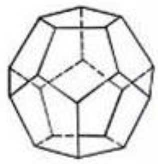


Контрольные вопросы:

1.Какой угол называется двугранным? • назовите двугранный угол, • назовите ребро двугранного угла, • назовите грани двугранного угла, • назовите линейный угол двугранного угла, • .
2.Каким свойством обладают линейные углы двугранного угла? •
3.Как построить линейный угол двугранного угла? •
4. Чему равна градусная мера двугранного угла?

Самостоятельная работа по теме:
«Многогранники»

Цель: закрепление теоретических знаний , отработка навыков черчения.
Задание: перечерти и заполни таблицу; сравни выполнение задания с таблицей в учебнике.
Критерии оценивания: за правильное и аккуратное выполненное задание оценка «5», «4»-выполнено не достаточно аккуратно и есть неточности;«3»- выполнена половина заданий; «2»- выполнено менее половины заданий.
Методические указания: стр144,145,148,154 учебника
Прочитать указанные страницы, выделить главное в содержании, ответить на вопросы таблицы, в ответе четкость, компактность,
Литература: Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учеб. для студ. учреждений сред. проф. образования /М.И.Башмаков.-4-е изд., стер.-М. :Издательский центр «Академия»,2017.-256с.
Форма выполнения задания: письменное оформление в тетради.
Заполни таблицу:

Название	Тетраэдр	Куб (гексаэдр)	Октаэдр	Икосаэдр	Додекаэдр
Изображение					
Число граней					
Число вершин					
Число ребер					
Форма грани					
Число граней, сходящихся в одной вершине					
Сумма плоских углов при вершине					

Модельный ответ:

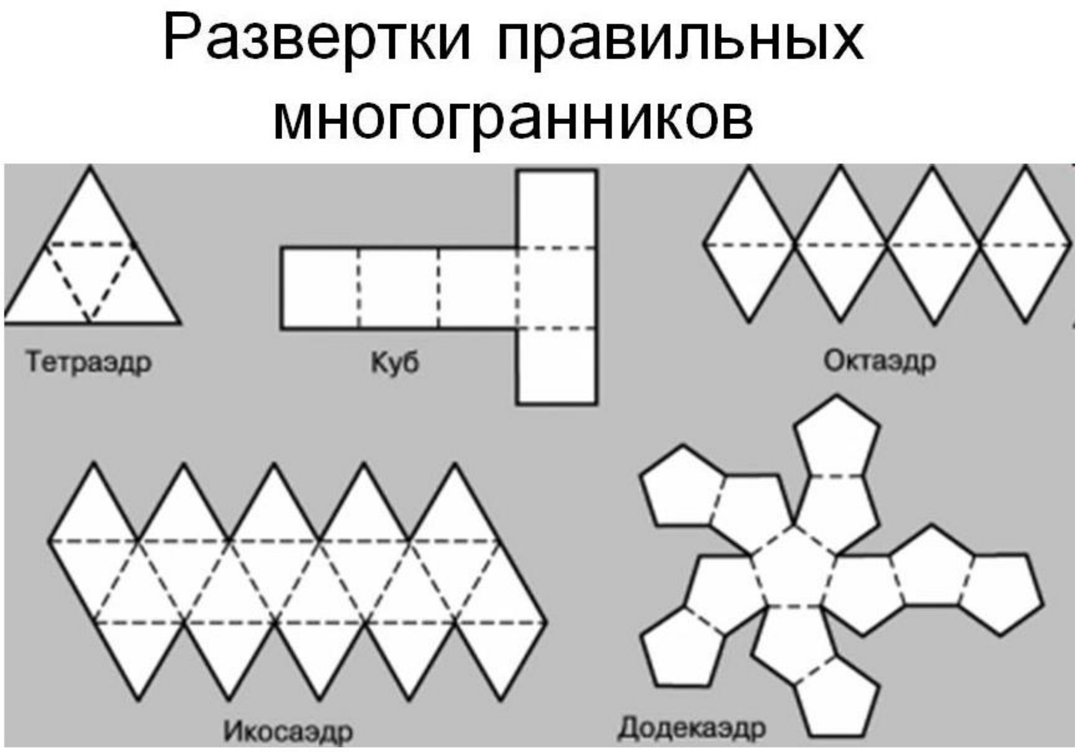
Правильный многогранник	Вид грани	Число вершин	Число граней	Число ребер	Формула Эйлера	Число ребер, сходящихся в вершине
Тетраэдр	Правильный треугольник	4	4	6	4+4-6=2	3
Гексаэдр(куб)	Квадрат	8	6	12	8+6-12=2	3
Октаэдр	Правильный треугольник	6	8	12	6+8-12=2	4
Додекаэдр	Правильный пятиугольник	20	12	30	20+12-30=2	3
Икосаэдр	Правильный треугольник	12	20	30	12+20-30=2	5

Контрольные вопросы:1.Что такое многогранник?

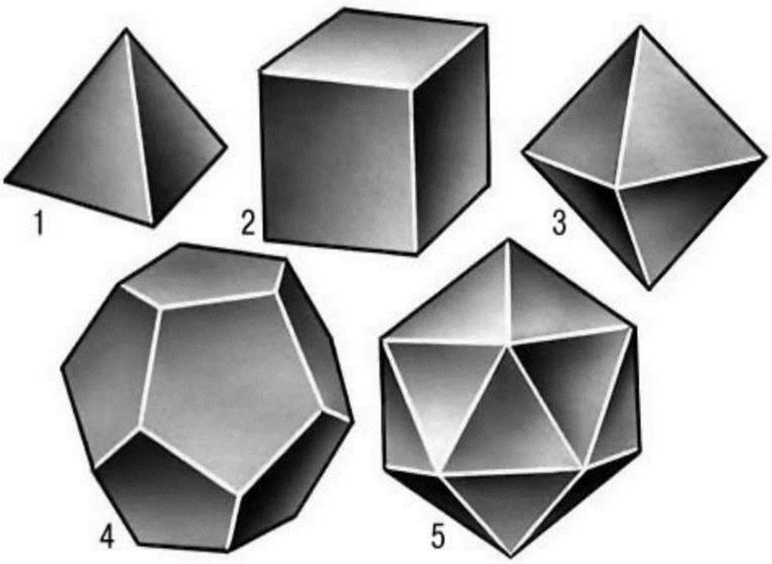
2. Что такое грань, вершина, ребро?

Самостоятельная работа по теме:
«Развертки многогранников»

Цель: закрепление теоретических знаний , отработка навыков черчения.
Задание*:* используя таблицу «Развертки правильных многогранников» на плотной бумаге начерти любую развертку и склей многогранник.
Критерии оценивания: за правильное и аккуратное выполненное задание оценка «5», «4»-выполнено не достаточно аккуратно и есть неточности; «2»- не выполнено задание.
Форма выполнения задания: модель многогранника из бумаги



Модели многогранников:



Самостоятельная работа по теме:
«Многогранники. Призма».

Цель: закрепление теоретических знаний понятие многогранника; понятие призмы;-основные понятия призмы, отработка навыков решения задач.

Задание: I.Ответить на вопросы самоконтроля письменно. II.Решить задачи.

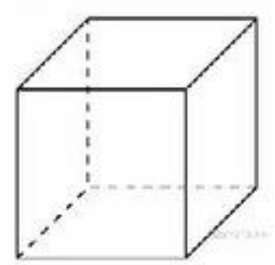
Критерии оценивания: за выполненное I, II задание оценка «5», «4»-выполнено I и2 задачи; «3» -Iи 1 задача; «2»- задание не выполнено.

Форма выполнения задания: письменно в тетради

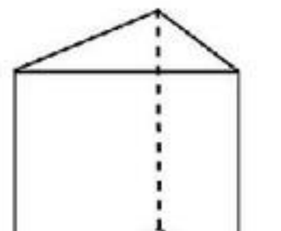
Вопросы для самоконтроля

1.Что такое геометрическое тело?
2.Что такое многогранник? Приведите примеры.
3. Что называют гранями многогранника?
4. Что называют ребрами многогранника?
5. Что называют диагональю многогранника?
6. Из чего состоит куб?
7. Что такое призма?
8. Что называют основаниями призмы?
9. Что называют боковыми ребрами призмы?
10. Сформулируйте свойства призмы.
11. Из чего состоит поверхность призмы?
12. Что называют высотой призмы?
13. Какая призма называется прямой? Наклонной?

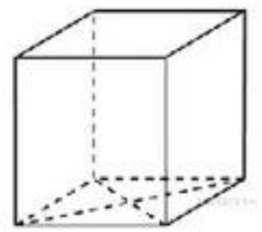
Решить задачи:



1. Найдите боковое ребро правильной четырехугольной призмы, если сторона ее основания равна 20, а площадь поверхности равна 1760.



2. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8, высота призмы равна 10. Найдите площадь ее поверхности.



3. В основании прямой призмы лежит ромб с диагоналями, равными 6 и 8. Площадь ее поверхности равна 248. Найдите боковое ребро этой призмы.

Самостоятельная работа по теме «Куб »

Цель: закрепление теоретических знаний по кубу; формулы; отработка навыков решения задач.

Задание: I.Прочитать основные теоретические сведения. II.Решить задачи. III. Оценить степень и качество усвоения материала по теме «Куб». Представлены основные теоретические сведения, двенадцать задач и ответы к ним.

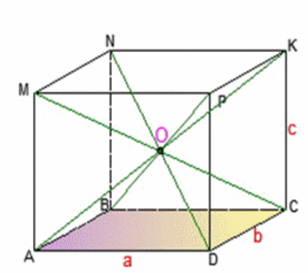
Критерии оценивания: (за каждое правильно выполненное задание по одному баллу) оценка «5»-все 12 заданий выполнены,задачи решены с пояснениями;«4»-выполнено 10-11 заданий с пояснениями;«3»- выполнено 6-8 заданий; «2»- выполнено менее 6 заданий

Форма выполнения задания: письменно в тетради.

Методические указания: Основные теоретические сведения. Куб

Кубом называется прямоугольный параллелепипед с равными ребрами: a = b=c

$$V = a^3,\ S_{полн} = 6a^2.$$

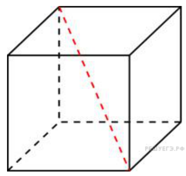


1) Все его грани — квадраты.
2) Куб - симметричен относительно середины его диагонали.
3) Любой отрезок с концами, принадлежащими поверхности куба и проходящий через середину его диагонали, делится ею пополам.
4) Все диагонали куба равны, пересекаются в одной точке и делятся ею пополам.
5) Точка пересечения диагоналей является центром описанного и вписанного шара.

6) Квадрат диагонали АК куба равен квадратному корню из квадрата его длины его измерений, то есть $AK^2 = a^2 + b^2 + c^2$.
8) Площадь боковой поверхности $S = 4a^2$.
9) Объем куба $V = a^3$.
10) Свойство диагоналей куба: диагональ MC куба $ABCDMNKP$ перпендикулярна плоскостям (ANP) и (KBD) и делится этими плоскостями на три равных отрезка: $MQ=QE=EC$.

Задачи:

1. Диагональ куба равна $\sqrt{12}$. Найдите его объем.
2. Во сколько раз увеличится объем куба, если все его рёбра увеличить в 5 раз?
3. Площадь поверхности куба равна 18. Найдите его диагональ.
4. Объем куба равен 8. Найдите площадь его поверхности
5. Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его площадь поверхности увеличится на 54. Найдите ребро куба



6. Во сколько раз увеличится объем куба, если его ребра увеличить в три раза?
7. Объем куба равен $24\sqrt{3}$. Найдите его диагональ
8. Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его объем увеличится на 19. Найдите ребро куба.
9. Во сколько раз увеличится площадь поверхности куба, если его ребро увеличить в три раза?
10. Диагональ куба равна 1. Найдите площадь его поверхности.
11. Площадь поверхности куба равна 24. Найдите его объем.

12 Объем одного куба в 8 раз больше объема другого куба. Во сколько раз площадь поверхности первого куба больше площади поверхности второго куба?

Модельные ответы.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
8	125	3	24	4	27	6	2	9	2	8	4

Самостоятельная работа по теме:

«Призма. Пирамида»

Цель: закрепление теоретических знаний по призме и пирамиде;

Задание: ответить на вопросы, ответы обосновать. Выполнить задание №3 стр 148 учебника

Критерии оценивания: провести самоконтроль знаний по модельным ответам таблицы

Методические указания: прочитать: : стр145-148 Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учеб. для студ. учреждений сред. проф. образования /М.И.Башмаков.-4-е изд., стер.-М. :Издательский центр «Академия»,2016.-256с.указанные страницы, выделить главное в содержании, ответить на вопросы, в ответе четкость, точность,

Форма выполнения задания: письменно в тетради.

Вопросы для самоконтроля:

1. Верно ли, что основания любой призмы лежат в параллельных плоскостях?
2. Может ли высота пирамиды быть больше её бокового ребра?
3. Определите количество сторон многоугольника, лежащего в основании, если она имеет семь граней.
4. Определите вид четырёхугольника (прямоугольник, ромб, трапеция), который является сечением правильной треугольной призмы, если это сечение проходит через ребро нижнего основания и пересекает две стороны верхнего основания.
5. Могут ли три боковых грани пирамиды быть перпендикулярными к плоскости основания?
6. Верно ли, что параллелепипед является четырёхугольной призмой?
7. Может ли площадь боковой поверхности пирамиды быть равной площади её основания?

Модельные ответы:

1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**
да	нет	5	трапеция	нет	да	нет

Самостоятельная работа по теме:

« Многогранники. Призма. Пирамида»

Цель: закрепление теоретических знаний по призме и пирамиде;
Задание: составить тест по теме « Многогранники. Призма. Пирамида» по правилам составления тестов.
Критерии оценивания: в соответствие правилам составления тестов.
Форма выполнения задания: тест с модельными ответами.
Методические указания:составление тестовых заданий
Тест определяется как система вопросов определенного содержания, специфической формы. Тест состоит из тестовых заданий и ответов к ним.

Правила составления тестов

- в задании формулируется вопрос или утверждение, содержащее постановку проблемы, и готовые ответы, которые студент подбирает самостоятельно;
- среди ответов правильным обычно бывает только один, неправильных ответов должно быть 3;
- в тексте задания должна быть устранена всякая двусмысленность или неясность формулировок;
- в основную часть задания следует включать как можно больше слов, оставляя для ответа не более двух-трех наиболее важных, ключевых слов для данной проблемы;
- частота выбора одного и то же номера места для правильного ответа в различных заданиях теста должна быть примерно одинакова, либо номер места для правильного ответа выбирается в случайном порядке;
- из числа неправильных исключаются ответы, вытекающие один из другого;
- правильный ответ необходимо выделить.

Критерии оценки составленных тестов

1. Соответствие правилам составления тестов.
2. Выбор верного варианта правильного ответа (указанного студентом).
3. Ясность формулировок

ТЕМА 3.4. ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ.
Самостоятельная работа по теме:

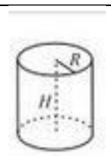
«Тела вращения»

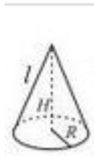
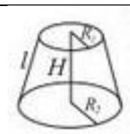
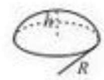
Цель: закрепление теоретических знаний по теме «Тела вращения».
Задание: подготовиться к зачету по теме **«**Тела вращения**»**

Критерии оценивания: оценка «5»-все 15 заданий выполнены, изображения тел качественные и аккуратные;«4»-выполнено 12-14 заданий , или все задания, но есть неточности;«3»-выполнено 8-11 заданий или выполнено задание на «3»; «2»- выполнено менее 7 заданий

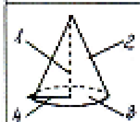
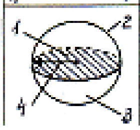
Форма выполнения задания: письменно в тетради в виде таблицы.
Методические указания:

Примерные вопросы к зачету по теме

1. Определение цилиндра. Чертеж (сделать чертеж с буквенными обозначениями).	
2. По чертежу показать и назвать основные элементы цилиндра.	
3. Как получить цилиндр вращением? Сделать чертеж.	

4. Назвать и показать сечения цилиндра плоскостями.	
5. Чему равна площадь полной поверхности цилиндра? Чему равна площадь боковой поверхности цилиндра?	
6. Определение конуса. Чертеж (сделать чертеж с буквенными обозначениями). По чертежу показать и назвать основные элементы конуса	
7. Как получить конус вращением? Сделать чертеж.	
8. Назвать и показать сечение конуса разными плоскостями.	
9. Как можно получить усеченный конус? Что называется основанием усеченного конуса? Что называется высотой усеченного конуса?	
10.Чему равна площадь полной поверхности конуса? Чему равна площадь боковой поверхности конуса?	
11. Определение шара, сферы. Чертеж (сделать чертеж с буквенными обозначениями). По чертежу показать и назвать основные элементы шара.	
12. Когда в сечении сферы плоскостью получается окружность?	
13. Когда сфера и плоскость имеют только одну общую точку? А когда не имеют общих точек?	
14. Чему равна площадь сферы радиуса R?	
15. Указать части шара .	1. Шаровой  2. Шаровой  3. Шаровой 

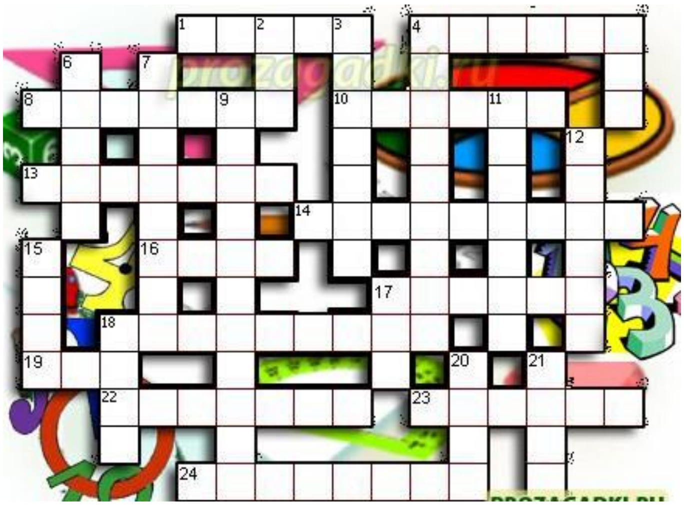
Задание на оценку «3»

Тела	Название тел	Название элементов			
		1	2	3	4
					
					
					

Самостоятельная работа по теме «Круглые тела».

Цель: закрепление теоретических знаний по теме «Тела вращения».
Задание: составить кроссворд по теме « Тела вращения » по правилам составления кроссвордов.
Критерии оценивания: в соответствие правилам составления кроссворда.
Методические указания: Кроссворд - игра, состоящая в разгадывании слов по определениям.
В процессе работы обучающиеся:
-просматривают и изучают необходимый материал, как в лекциях, так и в дополнительных источниках информации;
-составляют список слов раздельно по направлениям;
-составляют вопросы к отобранным словам;
-проверяют орфографию текста, соответствие нумерации;
-оформляют готовый кроссворд.
Общие требования при составлении кроссвордов:
-Не допускается наличие "плашек" (незаполненных клеток) в сетке кроссворда;
-Не допускаются случайные буквосочетания и пересечения;
-Загаданные слова должны быть именами существительными в именительном падеже единственного числа;
-Двухбуквенные слова должны иметь два пересечения;
-Трехбуквенные слова должны иметь не менее двух пересечений;
-Не допускаются аббревиатуры (ЗиЛ и т.д.), сокращения (детдом и др.);
-Не рекомендуется большое количество двухбуквенных слов;
-Все тексты должны быть написаны разборчиво, желательно отпечатаны.
Требования к оформлению:
-На каждом листе формата А-4 должна быть фамилия автора, а также название данного кроссворда;
-Рисунок кроссворда должен быть четким;
-Сетки кроссворда должны быть выполнены в двух экземплярах:
1-й экз. - только с цифрами позиций;
2-й экз.- с заполненными словами или ответы публикуются отдельно. Ответы предназначены для проверки правильности решения кроссворда и дают возможность ознакомиться с правильными ответами на нерешенные позиции условий, что способствует решению одной из основных задач разгадывания кроссвордов - повышению эрудиции и увеличению словарного запаса.
Критерии оценивания составленных кроссвордов:
1. Четкость изложения материала, полнота исследования темы;
2. Оригинальность составления кроссворда;
3. Практическая значимость работы;
4. Уровень стилевого изложения материала, отсутствие стилистических ошибок;
5. Уровень оформления работы, наличие или отсутствие грамматических и пунктуационных ошибок;
6. Количество вопросов в кроссворде, правильное их изложения.

Образец оформления и составления кроссвордов:



По горизонтали:
1. Сторона прямоугольного треугольника.
4. Он есть у функции и последовательности.
8. Его штаны равны во все стороны.
10. Полный круг вращения.
13. Французский математик, специалист теории вероятностей.
14. Арифметическое действие.
16. Гектар - ... площади.
17. Часть матрицы.
18. Свойство углов.
19. Полупрямая.
22. Нейтральный элемент относительно умножения.
23. Группа повторяющихся цифр в бесконечной десятичной дроби.
24. Наибольший общий ...

По вертикали:
2. Бублик как математический объект.
3. Положение, нуждающееся в доказательстве.
4. Поверхность, имеющая 2 измерения.
5. Линейное алгебраическое уравнение.
6. Тригонометрическая функция.
7. Один из двух экстремумов.
9. Функция по своей сути.
11. Часть прямой.
12. Линия.
15. Геометрическая фигура, образованная двумя лучами.
17. Полный квадрат первого двузначного числа.
18. Для него необходимы натуральные числа.
20. В теории графов: маршрут, все ребра которого различны.
21. В теории графов: замкнутый маршрут, все ребра которого различны.

Ответы:

По горизонтали:	**По вертикали:**
1-катет;	2-тор;
4-предел;	3-теорема;
8-пифагор;	4-плоскость;
10-оборот;	5-лау;
13-пуассон;	8-синус;
14-умножение;	7-максимум;
16-мера;	9-отображение;
17-строка;	11-отрезок;
18-смежность;	12-кривая;
19-луч;	15-угол;
22-единица;	17-сто;
23-период;	18-счёт;
24-делитель;	20-цепь;
	21-цикл.

Форма выполнения задания: кроссворд, выполненный на белой бумаге формата А-4.

Самостоятельная работа по теме

«Площадь поверхности цилиндра, конуса и шара»

Цель: вычислять площадь поверхности цилиндра; конуса; шара. Зная формулы площадей: поверхности цилиндра; боковой поверхности цилиндра; поверхности конуса; боковой поверхности конуса; поверхности шара; закрепление теоретических знаний по теме «Тела вращения».

Задание: решить задачи; студент выбирает 1 вариант если в групповом журнале он под нечетным номером, если он под четным номером, то необходимо выбрать вариант 2

Критерии оценивания: «5»-все задачи решены верно и оформлены грамотно, «4» есть замечания по решению и оформлению задач; «3» решена 1 задача, «2»

Методические указания: Примеры решения задач:

Задача 1. Найти площадь боковой и полной поверхности конуса, если радиус основания равен 2 см, а образующая равна 6 см.

Решение:

Дано:

Конус

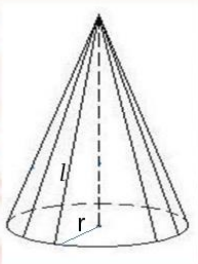
r = 2 см

l = 6 см

Найти:

$S_{бок.пов}$

$S_{полн.пов.}$



$S_{бок.пов} = \pi r l = \pi \cdot 2 \cdot 6 = 12\pi$ см^2

$S_{полн.пов} = \pi r (l+r) = \pi \cdot 2 \cdot (6+2) = 16\pi$ см^2

Ответ: 12π см^2 , 16π см^2

Дано: цилиндр

ABCD — осевое сечение

AB, CD — образующие

BC, AD — диаметры

r = 1,5 м; h = 4 м

1) доказать, что ABCD — прямоугольник

2) найти: AC

Решение:

1) AB = CD, AB ∥ CD

AB ⊥ AD, CD ⊥ AD

AD = BC ⇒ ABCD — прямоугольник

2) ΔABC — прямоугольный

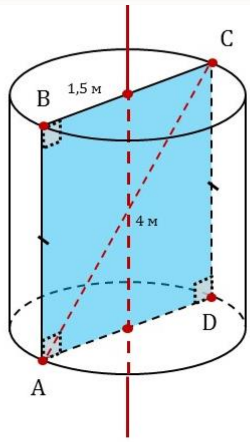
$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$

AB = h = 4 м

BC = d = 2r = 2 · 1,5 = 3 (м)

$AC = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$ (м)

Ответ: AC = 5 м



Дано:

шар

R — радиус шара

$S = 64\pi$ см^2

Найти: $R_{шара}$, $V_{шара}$

Решение:

1) Найдём радиус:

$S = 4\pi R^2$

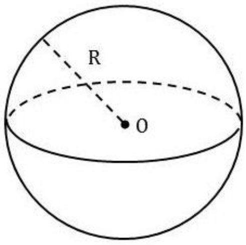
$R = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}$

$R = \sqrt{\frac{64\pi}{4\pi}} = \sqrt{16} = 4$ (см)

2) Вычислим объём:

$V = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3 = \frac{4 \cdot 4^3}{3}\pi = \frac{256}{3}\pi$ (см^3)

Ответ: $R_{шара} = 4$ см, $V_{шара} = \frac{256}{3}\pi$ см^3



Форма выполнения задания: письменная работа

ВАРИАНТ 1

1.Осевое сечение цилиндра – квадрат, площадь основания цилиндра равна 16π см^2. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

2.Высота конуса равна 6 см, угол при вершине осевого сечения равен 120^0. Найдите: а) площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми равен 30^0; б) площадь боковой поверхности конуса.

3.Диаметр шара равен $2m$. Через конец диаметра проведена плоскость под углом 45^0 к нему. Найдите длину линии пересечения сферы этой плоскостью

ВАРИАНТ 2

1.Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна 4 см. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

2.Радиус основания конуса равен 6 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 30^0. Найдите: а) площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми равен 60^0; б) площадь боковой поверхности конуса.

3.Диаметр шара равен $4m$. Через конец диаметра проведена плоскость под углом 30^0 к нему. Найдите площадь сечения шара этой плоскостью.

Контрольные вопросы:

1.Что является осевым сечением цилинда?

2. Что является осевым сечением конуса?

3. Что является осевым сечением шара?

4. Выбери правильный ответ:

1. Тело, ограниченное цилиндрической поверхностью называется цилиндром.

2. Тело, образованное двумя кругами и цилиндрической поверхностью называется цилиндром.

3. Тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя равными кругами с их границами, называется цилиндром

5. Запишите формулы нахождения боковой поверхности цилиндра и конуса.

6. Что представляет собой сечение конуса, проходящего через его вершину.

7.Чему равен угол между плоскостью основания цилиндра и плоскостью, проходящей через образующую цилиндра?

ТЕМА 3.5. ОБЪЕМЫ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ

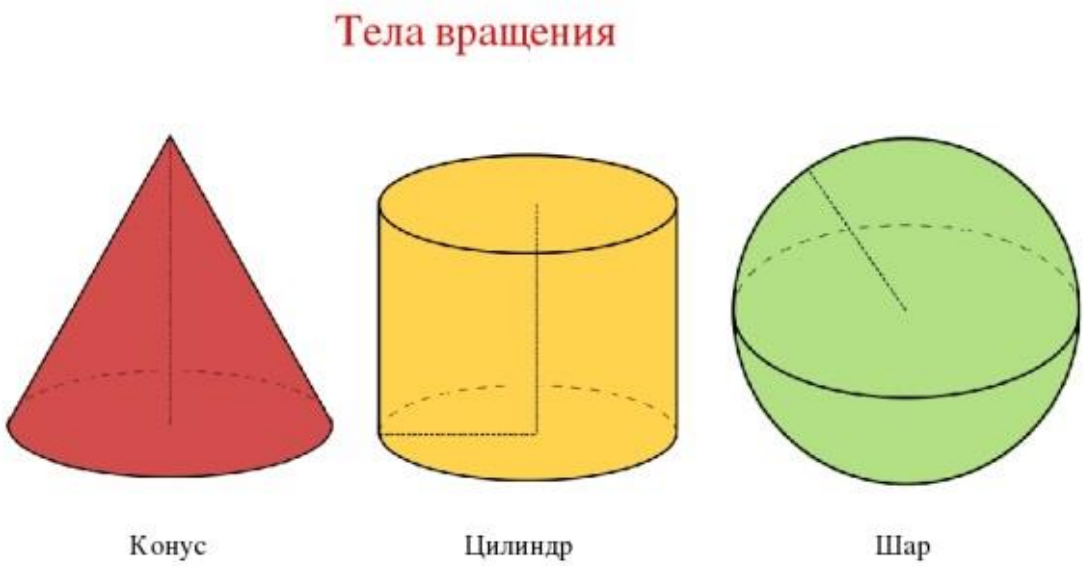
Самостоятельная работа по теме «Объемы тел вращения»

Цель: закрепление теоретических знаний , отработка навыков черчения.

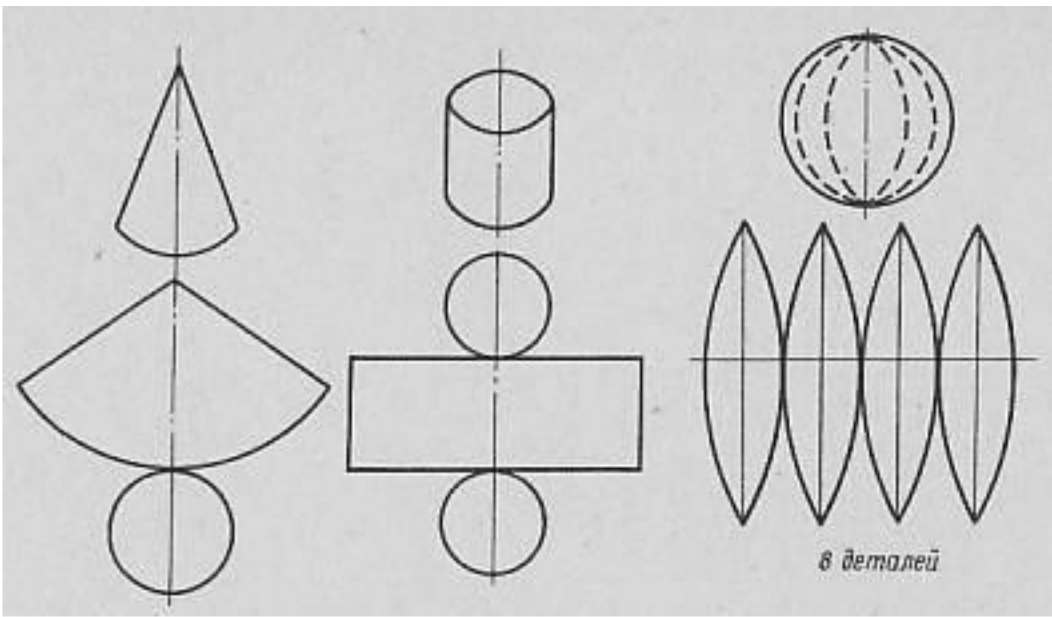
Задание:I. Используя таблицу «Развертки тел вращения» на плотной бумаге начерти любую развертку и склей тело. II.Вычисли объем , площадь полной поверхности полученного тела

Критерии оценивания: за правильное и аккуратное выполненное задание оценка «5», «4»-выполнено не достаточно аккуратно и есть неточности; «2»- не выполнено задание.

Форма выполнения задания: модель тела вращения из бумаги

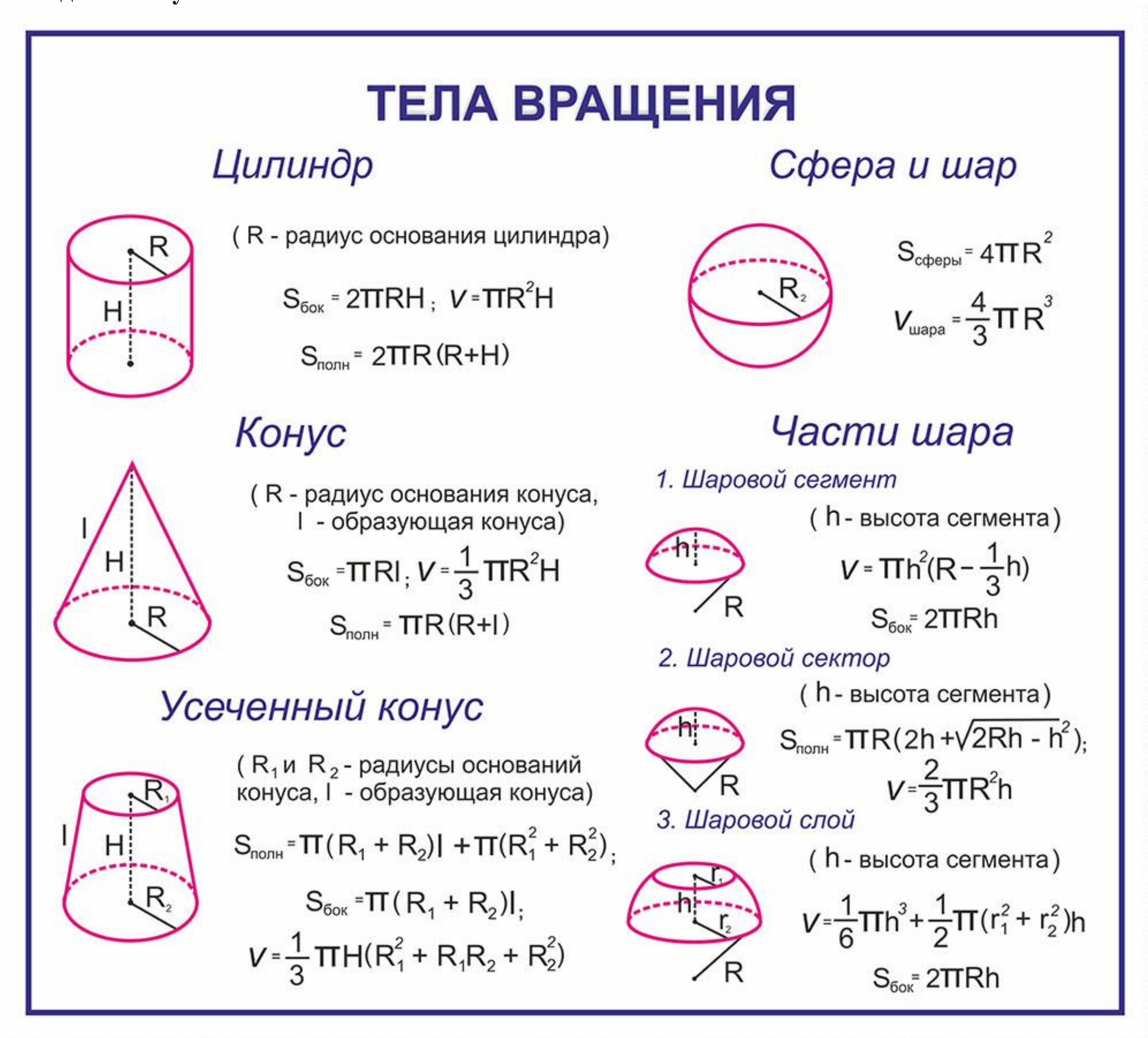


Методические указания: «РАЗВЕРТКИ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ»



Самостоятельная работа по теме «Объём и поверхности тел вращения»

Цель: закрепление теоретических знаний , формул объемов тел вращения.
Задание: выполнить тест, в котором 4 варианта. Варианты определяет преподаватель
Критерии оценивания: оценка «5»все задания выполнены правильно(7 заданий); «4»-выполнено5-6заданий; «3» выполнено 4 задания; «2»- выполнено менее 3заданий.
Методические указания:



Форма выполнения задания: письменное решение задач в любой последовательности и все ответы занести в таблицу.

1	2	3	4	5	6	7

I Вариант. ТЕСТ «Объём и поверхности тел вращения»

1) Найти площадь поверхности сферы, радиус которой $4\sqrt{3}$ дм

а)48П дм^2 б)192П дм^2 в)$60\sqrt{3}$ П дм^2 г) другой ответ

2) Найти боковую поверхность цилиндра с высотой 3см, если осевые сечения цилиндра плоскостью- квадрат.

а) 18П б)9П в)6П г) другой ответ

3) Найти боковую поверхность конуса, в осевом сечении которого равнобедренный прямоугольный треугольник с гипотенузой $6\sqrt{2}$ см

а) 18П$\sqrt{2}$ см^2 б)3П$\sqrt{2}$ см^2 в)9П$\sqrt{3}$ см^2 г) другой ответ

4) Площадь осевого сечения цилиндра равна 21см^2, а площадь основания – 18П см^2. Найдите объём цилиндра.

а) 9П см^3 б)21П см^3 в)63П см^3 г) другой ответ

5) Найти объем конуса, полученной вращением равнобедренного, прямоугольного треугольника со стороной $2\sqrt{6}$ см вокруг своей высоты.

а) $6\sqrt{2}$ П см^3 б)$18\sqrt{2}$ П см^3 в)$12\sqrt{2}$ П см^3 г) другой ответ

6) Найти объем шара, если радиус шара $3\sqrt{2}$ см

а) 36П$\sqrt{2}$ см^3 б) 6П$\sqrt{2}$ см^3 в) 72П$\sqrt{2}$ см^3 г) другой ответ

7) Радиус основания конуса равен $2\sqrt{3}$ см, а образующие наклонены к плоскости основания под углом 60^0. Найти боковую поверхность и объём конуса.

а) 24П см^2 и 12П см^3; б) 24П см^2 и24П см^3 ; в) 12П см^2 и 24П см$^{3;}$ г) другой ответ

II Вариант.

1) Найти площадь поверхности сферы, радиус которой $2\sqrt{3}$ дм

а)48П дм^2 б)2П дм^2 в)6П дм^2 г) другой ответ

2) Боковая поверхность цилиндра равна 48П см^2, радиус основания 6см. Найти площадь осевого сечения.

а) 27 см^2 б)48 см^2 в)36 см^2 г)другой ответ

3) Найти боковую поверхность конуса, в осевом сечении которого равнобедренный треугольник с углом при вершине 120^0 и боковой стороной $6\sqrt{3}$ см

а) 18П$\sqrt{3}$ см^2 б)27П$\sqrt{3}$ см^2 в)54П$\sqrt{3}$ см^2 г) другой ответ

4) Площадь осевого сечения цилиндра равна 30см^2, а площадь основания – 9П см^2. Найдите объём цилиндра.

а) 23П см^3 б)30П см^3 в)45П см^3 г) другой ответ

5) Найти объем конуса, полученной вращением равнобедренного, прямоугольного треугольника с гипотенузой $3\sqrt{2}$ см вокруг своего катета.

а) 27П см^3 б)9П см^3 в)3П см^3 г) другой ответ

6) Найти объем шара, если радиус шара 2см

а) $\frac{32П}{3}$ см^3 б) $\frac{25П}{3}$ см^3 в) $\frac{50П}{3}$ см^3 г) другой ответ

7) Радиус основания конуса равен $3\sqrt{2}$ см, а образующие наклонены к плоскости основания под углом 45^0. Найти боковую поверхность и объём конуса.

а) 8П см^2 и 9П см^3 в) 18П см^2 и $9\sqrt{2}$ П см^3

б) $18\sqrt{2}$ П см^2 и $18\sqrt{2}$ П см^3 г) другой ответ

Ш Вариант.

1) Найти площадь поверхности сферы, радиус которой $2\sqrt{5}$ см
а)60П см^2 б)120П см^2 в)80 П см^2 г) другой ответ
2) Найти боковую поверхность цилиндра с высотой 5см, если осевые сечения цилиндра образует с плоскостью основания угол 45^0.
а) 25П б)20П в)12,5П г)другой ответ
3) Найти боковую поверхность конуса, в осевом сечении которого равносторонний треугольник со стороной 6 см
а) 18П$\sqrt{2}$ см^2 б)3П$\sqrt{2}$ см^2 в)9П$\sqrt{3}$ см^2 г) другой ответ
4) Площадь осевого сечения цилиндра равна 15см^2, а площадь основания – 9П см^2. Найдите объём цилиндра.
а) 45П см^3 б)22,5П см^3 в)33П см^3 г) другой ответ
5) Найти объем фигуры, полученной вращением равностороннего треугольника, со стороной $2\sqrt{6}$ см вокруг своей стороны.
а) 12$\sqrt{6}$ П см^3 б)18$\sqrt{6}$ П см^3 в)24$\sqrt{6}$ П см^3 г) другой ответ
6) Найти объем шара, если радиус шара 3см.
а) 8см^3 б) 6см^3 в) 36П см^3 г) другой ответ
7) Радиус основания конуса равен 2см, а образующие наклонены к плоскости основания под углом 30^0. Найти боковую поверхность и объём конуса.
а) $\frac{4\Pi\sqrt{3}}{3}$ см^2 и $\frac{8\Pi\sqrt{3}}{3}$ см^3; б) $\frac{4\Pi)3}{3}$ см^2 и $\frac{4\Pi\sqrt{3}}{}$ см^3 в) $\frac{8\Pi\sqrt{3}}{3}$ см^2 и $\frac{8\Pi\sqrt{3}}{9}$ см^3; г) другой ответ

IV Вариант.

1) Найти площадь поверхности полусферы, радиус которого 5дм
а)50П дм^2 б)120П дм^2 в)100П дм^2 г) другой ответ
2) Боковая поверхность цилиндра равна 18П см^2, радиус основания 3см. Найти площадь осевого сечения.
а) 27 см^2 б)18 см^2 в)36 см^2 г)другой ответ
3) Найти боковую поверхность конуса, в осевом сечении которого равнобедренный прямоугольный треугольник с катетом $6\sqrt{2}$ см
а) 18П$\sqrt{2}$ см^2 б)12П$\sqrt{2}$ см^2 в)36П$\sqrt{2}$ см^2 г) другой ответ
4) Площадь осевого сечения цилиндра равна 12см^2, а площадь основания – 4П см^2. Найдите объём цилиндра.
а) 6П см^3 б)12П см^3 в)8П см^3 г) другой ответ
5) Найти объем фигуры, полученной вращением равнобедренного прямоугольного треугольника с гипотенузой $6\sqrt{2}$ см вокруг своей гипотенузы.
а) 27П$\sqrt{2}$ см^3 б)18П$\sqrt{2}$ см^3 в)12П$\sqrt{2}$ см^3 г) другой ответ
6) Найти объем шарового сектора если радиус шара 10см, а радиус окружности основания – 8см
а) $266\frac{2}{3}$ см^3 б) 266 см^3 в) $267\frac{1}{3}$ см^3 г) другой ответ
7) Радиус основания конуса равен 2см, а образующие наклонены к плоскости основания под углом 60^0. Найти боковую поверхность и объём конуса.
а) 8П см^2 и $\frac{8\Pi\sqrt{3}}{3}$ см^3; б) $6\sqrt{2}$ П см^2 и $\frac{8\Pi\sqrt{2}}{9}$ П см^3; в) 6П см^2 и см^3; г) другой ответ

Контрольные вопросы:

1.Какие фигуры вращения ты знаешь? Приведи примеры из жизни.

2.Запиши формулы объема тел вращения.

ТЕМА 4.1. ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ

Самостоятельная работа по теме «Комбинаторика»

Цель: изучить понятия комбинаторики; перестановок; сочетаний; размещений;
Задание: ответить на вопросы; выполнить практическое задание по выбору.
Критерии оценивания: по выбору задания;
Методические указания: запиши формулы, рассмотри примеры

Число размещений из *n* элементов по *k*

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$n! = \begin{cases} 1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots n, & если \;\; n>0; \\ 1, & если \;\; n=0. \end{cases}$$

Число сочетаний из *n* элементов по *k*

$$C_n^k = \frac{n!}{k!\cdot(n-k)!}$$

Число перестановок из *n* элементов

$$P_n = n!$$

Тип комбинаций	Примеры решения типовых заданий	Задания для самостоятельной работы
1. Перестановки Возьмем n различных элементов: A, B, C, … M; будем переставлять эти элементы всевозможными способами, оставляя неизменным их число и меняя лишь их порядок. Каждая из таких комбинаций называется перестановкой. P – число всех перестановок; n – количество элементов. $\mathbf{P_n = 1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot n = n!}$ *Читаем: n! – эн факториал*	**1.**Найти число перестановок из трех элементов A, B, C. *Решение:* Выпишем возможные варианты перестановок: ABC BAC CAB ACB BCA CBA. Проверим по формуле: n= 3; $P_3 = 1\cdot2\cdot3 = 3! = 6$ *Ответ:* 6 перестановок. **2.**Найти число перестановок из трех элементов: 1,2,3. *Решение:* выпишем возможные варианты перестановок: 123 213 312 132 231 321. Всего получилось 6 перестановок. Проверим по формуле: n= 3; $P_3 = 1\cdot2\cdot3 = 6$ *Ответ:* 6 перестановок. **3.**Сколькими способами можно расставить на полке 6 различных книг: *Решение:* n=6; $P_6 = 6! = 1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6 = 720$ *Ответ:* 720 различных вариантов.	**1.** Сколько трехсловных предложений можно составить из слов: сегодня, дождь, идет? **2.** В пассажирском поезде 15 вагонов. Сколькими способами можно распределить по вагонам 15 проводников, если за каждым закрепляют 1 вагон? **3.**Сколько 5-тизначных чисел (без повторения цифр) можно составить из чисел: 0,3,4,6; 8. **4.**Сколькими способами можно выстроить очередь в кассу, если хотят получить зарплату 6 человек?
Тип комбинаций	**Примеры решения типовых заданий**	**Задания для самостоятельной работы**
2. Размещения Будем составлять из n различных элементов в каждой, располагая взятые m элементов в различном порядке. Каждая группа из m элементов называется размещением из n элементов по m элементов. A – число всех размещений; n- количество <u>всех</u> элементов; m- количество элементов <u>в группе.</u>	**1.** Найдите число размещений из трех элементов: 7,4,5 по два. *Решение:* выпишем возможные варианты: 74, 75, 47, 45, 57, 54 – всего 6 различных групп по 2 элемента. Проверим по формуле: n = 3; m = 2 $A_3^2 = \frac{3!}{(3-2)} = \frac{1\cdot2\cdot3}{1} = 6$ *Ответ:* 6 размещений. **2.** Найдите число размещений из четырех элементов: A, B, C, D по два. *Решение:* n = 4, m = 2 $A_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4}{2!} = 3\cdot4 = 12$ *Ответ:* 12 размещений	**1.** В забеге участвуют 5 спортсменов. Сколькими способами можно предсказать распределение первых трех мест между ними ? **2.** В классе изучают 7 предметов, в среду 4 урока, причем все разные. Сколькими способами можно составить расписание на среду? **3.**В розыгрыше кубка страны по футболу участвуют 17

$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$	**3.** Из 10 студентов группы надо выбрать старосту, его заместителя и редактора газеты. Сколькими способами это можно сделать? *<u>Решение:</u>* n = 10; m= 3 $A_{10}^3 = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9\cdot10}{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7} = = 720$ *<u>Ответ:</u>* 720 способами.	команд. Сколько существует способов распределения золотой, серебряной и бронзовой медалей ?
Тип комбинаций	**Примеры решения типовых заданий**	**Задания для самостоятельной работы**
3. Сочетания Из n различных элементов будем составлять группы по m элементов в каждой, не обращая внимание на порядок, но так, чтобы число элементов не повторялось (в сочетаниях АВ и ВА считаются эквивалентными) Любая группа из n элементов по m элементов в каждой (различными считаются те, которые имеют неодинаковый состав элементов) называется сочетанием. С – число сочетаний n - количество <u>всех</u> элементов m - количество элементов <u>в группе</u> $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$	**1**. Найдите все сочетания из трех элементов: 7, 4, 5 по два элемента в каждом. *<u>Решение:</u>* Выпишем группы по 2 элемента (но 47 и 74 – эквиваленты(одинаковые) группы): 74, 75, 45. Всего - 3 группы, т.е. 3 сочетания. Проверим по формуле: n = 3, m = 2; $C_3^2 = \frac{3!}{2!(3-2)!} = \frac{1\cdot2\cdot3}{1\cdot2\cdot1} = 3$ *<u>Ответ:</u>* 3 сочетания. **2.**Найдите все сочетания из пяти элементов: A,B,C,D,E по три в каждом. *<u>Решение:</u>* n= 5, m= 3; $C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5}{1\cdot2\cdot3\cdot1\cdot2}$ = 10 *<u>Ответ:</u>* 10 сочетаний. **3.** Сколькими способами можно выбрать из 6 человек комиссию, состоящую из трех человек? *<u>Решение:</u>* n= 6, m= 3; $C_6^3 = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6}{1\cdot2\cdot3\cdot1\cdot2\cdot3}$ = 20 *<u>Ответ:</u>* 20 способов.	**1.** Из 10 рабочих необходимо выделить для поездки за границу 6 человек. Сколькими способами это можно сделать? **2.**На тренировке занимаются 12 баскетболистов. Сколько может быть образовано тренером различных стартовых пятерок ? **3.** При встрече 12 человек обменялись рукопожатиями. Сколько сделано рукопожатий? **4.**В группе 20 человек. На дежурство в столовую надо назначит 4 дежурных. Сколькими способами это можно сделать?

Вопросы для самоконтроля:

1. Что называют комбинаторикой? 2.Перечислите элементы комбинаторики.
3. Что такое размещения? 4. Запишите формулу вычисления числа размещений.
5. Что такое перестановки?
6. Запишите формулу вычисления числа перестановок.
7. Что такое сочетания?
8. Запишите формулу вычисления числа сочетаний.

Практические задания:

<u>Задание на «3»:</u> 1.Найти число размещений: 1) A_{11}^3; 2) A_9^2 ; 3) A_{12}^5; 4) A_6^3; 5) A_7^5.

2. Вычислить значение выражения: 1) 3! + 4!; 2) 5! – 2!; 3) 6! · 2!

<u>Задание на «4:</u> 1.Вычислить:1) C_6^4; 2) C_5^1; 3) C_7^3; 4) C_4^2

2.Вычислить: 1) P_3 -P_4; 4) 45+$P_2 \cdot P_4$; 5) $P_6 + P_5$.

<u>Задание на «5»:</u> Вычислить:1) $\frac{A_6^5 + A_6^4}{A_6^3} + A_5^2 \cdot A_4^2 \cdot A_3^2$ 2) $\frac{C_{10}^7}{C_8^2} - \frac{50}{C_{14}^{10} + C_{14}^9}$

Форма выполнения задания: письменное решение задач

Самостоятельная работа по теме

«Случайный опыт и случайное событие»

Цель: уметь:- определять достоверные и невозможные события; определять совместимые и несовместимые события; определять равновозможные события; составлять полную систему событий. Знать:- понятие достоверных событий; понятие невозможных событий; понятие случайных событий; понятие испытания; виды случайных событий.

Задание: ответить на вопросы; придумать свои примеры случайных событий

Методические указания:стр 225 Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учеб. для студ. учреждений сред. проф. образования /М.И.Башмаков.-4-е изд., стер.-М. :Издательский центр «Академия»,2017.-256с.

Критерии оценивания: самооценка;

Форма выполнения задания: устная работа

Вопросы для самоконтроля:

1. Какие события называются достоверными? невозможными? случайными?
2. Что называют испытанием или опытом?
3. Как обозначаются случайными событиями?
4. Какие события называются несовместимыми? совместимыми?
5. Какие события называются равновозможными?
6. Что такое полная система событий?

1. Опыт: случайным образом выбирают день месяца (1, 2, и т.д. 31). Назвать для данного опыта достоверное событие, невозможное событие и два противоположных события

2. Опыт: из трех цифр 7, 2, 4 записывают трехзначное число. Какие числа могут получиться? Даны случайные события:

A= «число четное»

B= «число нечетное»

C = «число начинается с цифры 2»

D= «число оканчивается на цифру 2»

E= «число оканчивается на цифру 7»

Самостоятельная работа по теме
«Вероятность события. Операции над событиями»

Цель: находить сумму событий; находить произведение событий; определять противоположные события; решать задачи, используя формулу вероятности события.

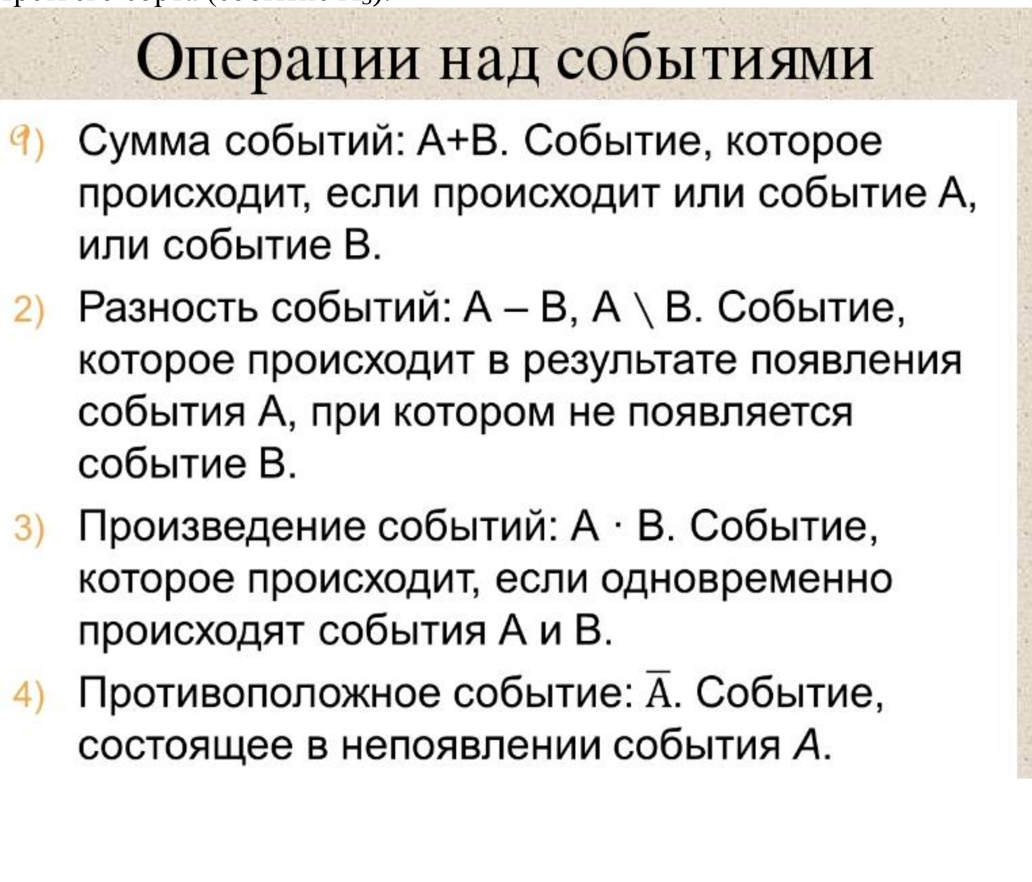
Задание: ответить на вопросы устно; выполнить практическое задание по выбору.
Методические указания:стр219
Литература: Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учеб. для студ. учреждений сред. проф. образования /М.И.Башмаков.-4-е изд., стер.-М. :Издательский центр «Академия»,2017.-256с.
Критерии оценивания: по выбору задания;
Форма выполнения задания: письменное решение задач
Вопросы для самоконтроля

1. Какие события называются равными?
2. Что называют суммой событий?
3. Что называют произведением событий?
4. Какие события называются противоположными?
5. Что называют вероятностью события?
6. Запишите формулу вероятности события.

Практические задания*:*

Задание на «3». Решить задачу. Из корзины, в которой находятся 9 красных, 8 желтых и 7 зеленых шаров, наудачу вынимается один. Найти вероятность того, что вынутый шар окажется: а) красным, б) желтым; в) черным; г) зеленым.
Задание на «4: Решить задачу. В корзине находятся 30 белых и 20 черных шаров. Наугад вынимают один шар, который оказался белым, и откладывают его в сторону. Наугад вынимают еще один шар, который оказался черным, и откладывают его в сторону. После этого берут еще один шар. Найти вероятность того, что этот шар окажется белым.
Задание на «5»: Решить задачу. В колоде 36 карт. Наудачу вынимаются 2карты. Найти вероятность того, что это будут два туза.

Самостоятельная работа по теме «Теоремы сложения и умножения вероятностей»
Цель: решать задачи с использованием теорем сложения и умножения вероятностей, зная, теоремы сложения вероятностей;
Задание: ответить на вопросы устно; выполнить практическое задание по выбору.
Критерии оценивания: по выбору задания;
Форма выполнения задания: письменное решение задач
Вопросы для самоконтроля
1. Сформулируйте теоремы сложения вероятностей.
2. Сформулируйте следствия из теорем сложения вероятностей.
3. Сформулируйте теоремы умножения вероятностей.
Практические задания:
Задание на «3». Решить задачу. В учебных мастерских техникума изготовляются детали на трех станках. Вероятность изготовления детали на первом станке равна 0,6. Вероятность появления годной детали на первом станке равна 0,8. Найти вероятность того, что годная деталь изготовлена на первом станке.
Задание на «4: Решить задачу. В корзине 4 белых и 3 черных шаров. Из корзины последовательно вынимают 2 шара. Найти вероятность того, что второй шар окажется черным при условии, что первый шар был черным.
Задание на «5»: Решить задачу. В ящике находятся 7 деталей первого сорта, 5 второго сорта и 3 третьего сорта. Из ящика последовательно вынимают три детали. Найти вероятность того, первая наугад вынутая деталь окажется первого сорта (событие A_1), вторая – второго сорта (событие A_2) и третья деталь – третьего сорта (событие A_3).



Самостоятельная работа по теме «Повторение. Итоговый тест по математике»
Цель: повторение тем курса дисциплины; подготовка к экзамену.
Задание: выполнить тест, в котором 3 варианта. Варианты определяет преподаватель
Критерии оценивания: за правильное выполненное задание (30 баллов) оценка «5», «4»-выполнено 29-23 задания; «3»- выполнено 22-16 заданий; «2»- выполнено менее 15 заданий.
Форма выполнения задания: письменное решение задач в любой последовательности и все ответы занести в таблицу.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Вариант 1.
В каждом задании выберите один правильный ответ.

	Вопросы	Варианты ответов
1	Найти абсолютную погрешность приближения если x=1/3, $a=0,33$	а) $\frac{1}{300}$ б) $\frac{10}{81}$ в) $\frac{11}{102}$ г) $\frac{-11}{102}$ д) $\frac{1}{900}$
2	Округлить до сотых число $\sqrt{5}$ 2,2360679…	а)≈ 2,2 б) ≈ 2,236 в) ≈ 2,24 г)≈ 2,23 д)≈ 2,22
3	Решить квадратное уравнение $x^2+11x+30=0$	а)5 и -6; б)2 и -1; в)5и 6; г)-4 и 1; д)-2 и 1
4	Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -1 \end{vmatrix}$	а)23; б)-23; в)-11; г)12; д)11;
5	Решить систему уравнений $\begin{cases} 4x+y=17 \\ 3x-5y=7 \end{cases}$	а) (2;-3); б) (4;1); в) (2:7); г)(-3;5); д)(1;1);
6	Вычислить предел $\lim_{n\to 3}\frac{(x^2-9)}{(x-3)}$	а)0; б)6; в)-4; г) 8; д)-5;
7	Найти область определения функции : $y=\frac{2}{(x-3)}$	а) (-3; +3); б) (-3; -2) U (-2; +); в) (-∞; 5) (5; +∞) г) (-3;+∞); д) (- ∞; 3)U (3;+∞)
8	Является ли функции $f(x)= x^2-4x$ четной?	а) да; б) нет; в) не знаю; г) на промежутке (- ; 0); д) на промежутке (0; + ∞);
9	Каким способом задана последовательность $a_{n=2^{n}-1}$	а) словесным описанием; *б)* рекуррентным соотношением; в) табличным; г) формулой общего члена; д) графически
10	Чему равен $arcsin\,\frac{1}{2}$	а)-π/6; б) π/6; в)2 π/3; г) π/4; д)3 π/4
11	Решить тригонометрическое уравнение $\cos x=\frac{1}{2}$	а) $X=(-1)^n\,\pi/6+\pi n; n\in z$; б) X=(-1) π/3+ πn; n ∈ z; в) X=±π/3+2 πn; n ∈ z; г) X= π/3+ πn; n z; д) X= π/3+2 πn; n z;
12	Заменить степень $2^{\frac{3}{5}}$ корнем	а)$\sqrt[4]{2^3}$ б)$\sqrt[5]{2^3}$; *в)*$\sqrt[3]{2^5}$; *г)*$\sqrt[3]{2^4}$; *д)*$\sqrt[7]{2^2}$;
13	Вычислить $\sqrt{9\cdot 25\cdot 100}$	а) 125; б) 5; в) 6/5; г)150; д) 36/25;
14	Решить показательное уравнение $2^{x+3}=8$	а) 0,8; б)9: в) 3: г)1;д)0;
15	Чему равен $log_2 8$?	а) 2; б)3; в) -3: г) 4; д) 1/4;
16	Найти, f '(1)если $f(x)= 6x^4-5x^2+2$	а) 16; б) 14; в) -11; г) -14; д) -20:
17	Найти угловой коэффициент прямой, образующий с осью ОХ угол 30^0	а)K=1; б) $k=1/\sqrt{3}$; з) $K=\sqrt{3}$: ; г)K=2; д)K=-1.

18	Найти координаты вектора АВ, если А(5;3;-1), В(0;-2;5)	а) (-5;-5;6); б) (5;5;-6); в)(0;6;-8); г) (0;-6;8); д) (2;-2;2).
19	Найти длину вектора *а,* если а(1;2;3)	а)$\sqrt{45}$; б) $\sqrt{9}$; в)$\sqrt{6}$; г) $\sqrt{14}$; д) $\sqrt{-14}$;
20	Найти скалярное произведение векторов a(3;2;-1) и b(5:-4;0)	а) 6; б)7; в) 8; г) -4; д) -5.
21	Что является графиком функции $y=x^2$?	а) гипербола; б) парабола; в) кубическая парабола; г) синусоида; д) прямая.
22	Найти длину окружности, если ее диаметр равен 6 см.	а) 6πсм; б) 4πсм; в) 8πсм; г) 9πсм; д) 16πсм.
23	Найти диаметр окружности, если ее радиус равен 7 см	а) 12 см; б) 14 см; в) 16 см; г) 3 см; д) 4 см.
24	Какие точки называется критическими точками функции?	а) в которой график функции не пересекает ось ОХ; б) производная в которых равна 0 или не существует; в)производная в точке меняет знак с«+» на «-»; г)производная в точке меняет знак с «-»на «+»;
25	Сколько боковых граней имеет куб?	а) 1;) 2; в) 3; г) 4; д) ни одной.
26	Сколько оснований имеет шар?	а) 1; б) 2; к) 3; г) 4; д) ни одного.
27	Какой плоской фигурой является боковая грань пирамиды?	а)квадратом; б)параллелограммом; в)прямоугольником; г)кругом; д)треугольником;
28	Сколько диагоналей имеет квадрат?	а)ни одной; б)4; в)3; г)2; д)1.
29	Сколько градусов имеет угол, равны 2π радиан?	а)180^0;б)360^0;в)270^0;г)90^0; д)45^0;
30	Найти 20% от 250.	а) 125; б) 50 в) 75; г) 80 д) 120;

Итоговый тест по математике. Вариант 2.

В каждом задании выберите один правильный ответ.

№п	Вопросы	Варианты ответов
1	Найти абсолютную погрешность приближения , если $x=\frac{1}{6}$, $a=0{,}17$	а) $\frac{1}{300}$ б) $\frac{10}{81}$ в) $\frac{11}{102}$ г) $\frac{-11}{102}$ д) $\frac{1}{900}$
2	Округлить до тысячных число $\sqrt{5}$ 2,2360679…	а)$\approx 2{,}2$ б) $\approx 2{,}236$ в) $\approx 2{,}24$ г)$\approx 2{,}23$ д)$\approx 2{,}22$
3	Решить квадратное уравнение $x^2-x-2=0$	а)5 и -6; б)2 и -1; в)5и 6; г)-4 и 1; д)-2 и 1;
4	Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$	а)23; б)-23; в)-11; г)12; д)11;
5	Решить систему уравнений $\begin{cases} 3x+4y=-6 \\ x-3y=11 \end{cases}$	а) (2;-3); б) (4;1); в) (2:7); г)(-3;5); д)(1;1);
6	Вычислить предел $\lim_{n\to 4} \frac{16-x^2}{4-x}$	а)0; б)6; в)-4; г) 8; д)-5;
7	Найти область определения функции: $y=\frac{3}{(2+x)}$	а) (3; +); б) ($-\infty$; -2) U (-2; $+\infty$); в) ($-\infty$; 5)U (5; $+\infty$); г) (-2;+2); д) (- 2; 3)U (3;+2)
8	Является ли функции $f(x)= x^4-2x^2+1$ четной?	а) да; б) нет; в) не знаю; г) на промежутке (- ; 0); д) на промежутке (0; + ∞);
9	Каким способом задана последовательность $a_{n+2}=2a_{n+1}+a_n$	а) словесным описанием; *б)* рекуррентным соотношением; в) табличным; г) формулой общего члена; д) графически.
10	Чему равен *arccos* (-1/2)	*а)-π/6; б) π/6; в)2π/3; г) π/4; д)3π/4*
11	Решить тригонометрическое уравнение $\sin x=\frac{1}{2}$	*а)* $X=(-1)^n\,\pi/6+\pi n; n\in z$; *б)* $X=(-1)\,\pi/3+\pi n;\ n\in z$; *в)* $X=\pm\pi/3+2\pi n;\ n\in z$; *г)* $X=\pi/3+\pi n;\ n\in z$; *д)* $X=\pi/3+2\pi n;\ n\ \ z$;
12	Заменить степень $2^{\frac{2}{7}}$ корнем	а)$\sqrt[4]{2^3}$ б)$\sqrt[5]{2^3}$; *в)*$\sqrt[3]{2^5}$; *г)*$\sqrt[3]{2^4}$; *д)*$\sqrt[7]{2^2}$;
13	Вычислить $\sqrt{9\cdot\frac{4}{25}}$	а) 125; б) 5; в) 6/5; г)150; д) 36/25;
14	Решить показательное уравнение $2^{5x}=16$	а) 0,8; б)9; в)3; г)1; д)0;
15	Чему равен $log_2 16$?	а) 2; б)3; в) -3; г) 4; д) 1/4;
16	Найти, $f'(1)$если $f(x)= x^3-4x^6+10x$	а) 16: б) 14; в) -11; г) -14; д) -20:
17	Найти угловой коэффициент прямой, образующий с осью ОХ угол 45^0	а)К=1; б) k=1/$\sqrt{3}$; з) $K=\sqrt{3}$; г)К=2; д)К=-1.
18	Найти координаты вектора АВ, если А(-2;-3;-1), В(3;2;-7)	а) (-5;-5;6); б) (5;5;-6); в)(0;6;-8); г) (0;-6;8); д) (2;-2;2).
19	Найти длину вектора *а,* если *а(0;3;6)*	а)$\sqrt{45}$; б) $\sqrt{9}$; в)$\sqrt{6}$; г) $\sqrt{14}$; д) $\sqrt{-14}$;

20	Найти скалярное произведение векторов $a(1;2;3)$ и $b(-4:3;-2)$	а) 6; б)7; в) 8; г) -4; д) -5.
21	Что является графиком функции $y=x^3$?	а) гипербола; б) парабола; в) кубическая парабола; г) синусоида; д) прямая.
22	Найти длину окружности, если ее диаметр равен 4 см.	а) 6πсм; б) 4πсм; в) 8πсм; г) 9πсм; д) 16πсм.
23	Найти диаметр окружности, если ее радиус равен 8 см	а) 12 см; б) 14 см; в) 16 см; г) 3 см; д) 4 см.
24	Какие точки называются точками *max* функции?	а) в которой график функции не пересекает ось ОХ; б) производная которых равна 0 или не существует; в) производная в точке меняет знак с «+» на «-»; г) производная в точке меняет знак с «-»на «+»; д) точка пресечения графика с осью OY.
25	Сколько боковых граней имеет тетраэдр?	а) 1; б) 2; в) 3; г) 4; д) ни одной.
26	Сколько оснований имеет цилиндр?	а) 1; б) 2; к) 3; г) 4; д) ни одного.
27	Какой плоской фигурой является боковая грань куба?	а)квадратом; б)параллелограммом; в)прямоугольником; г)кругом; д)треугольником;
28	Сколько диагоналей имеет треугольник?	а)ни одной; б)4; в)3; г)2; д)1.
29	Сколько градусов имеет угол, равны π /4 радиан?	а)180^0; б)360^0;в)270^0;г)90^0; д)45^0;
30	Найти 25% от 300.	а) 125; б) 50; в) 75; г) 80; д) 120;

Итоговый тест по математике. Вариант 3.

В каждом задании выберите один правильный ответ.

	Вопросы	Варианты ответов
1	Найти абсолютную погрешность приближения если $x=\frac{1}{9}$, $a=0,11$	а) $\frac{1}{300}$ б) $\frac{10}{81}$ в) $\frac{11}{102}$ г) $\frac{-11}{102}$ д) $\frac{1}{900}$
2	Округлить до десятых число $\sqrt{5}$ 2,2360679…	а)$\approx 2{,}2$ б) $\approx 2{,}236$ в) $\approx 2{,}24$ г)$\approx 2{,}23$ д)$\approx 2{,}22$
3	Решить квадратное уравнение $x^2+3x-4=0$	а)5 и -6: б)2 и -1; в)5и 6; г)-4 и 1; д)-2 и 1
4	Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 0 & 4 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$	а)23; б)-23; в)-11; г)12; д)11;
5	Решить систему уравнений $\begin{cases} 3x-y=2 \\ 5x-2y=3 \end{cases}$	а) (2;-3); б) (4;1); в) (2:7); г)(-3;5); д)(1;1);
6	Вычислить предел $\lim_{n\to -2}\frac{x2-4}{x+2}$	а)0; б)6: в)-4; г) 8; д)-5;
7	Найти область определения функции $y=\frac{7}{(x-5)}$	а) (3; +5); б) (-3; -2) U (-2; +3); в) (-∞; 5)U (5; +∞) г) (-5;+5); д) (- 1;- 3) (3;+5)
8	Является ли функции $f(x)= 3x^2-2x$ четной?	а) да; б) нет; в) не знаю; г) на промежутке (- ; 0); д) на промежутке (0; + ∞);
9	Каким способом задана последовательность $a_n=\frac{(2n+3)}{5n^2}$	а) словесным описанием; *б)* рекуррентным соотношением; в) табличным; г) формулой общего члена; д) графически
10	Чему равен *arctg* 1	*а)-π/6; б) π/6; в)2π/3; г) π/4; д)3π/4*
11	Решить тригонометрическое уравнение $tg\ x=\sqrt{3}$	*а)* $X=(-1)^n \pi/6+\pi n; n\in z$; *б)* $X=(-1)\ \pi/3+\pi n;\ n\in z$; *в)* $X=\pm\pi/3+2\pi n;\ n\in z$; *г)* $X=\pi/3+\pi n;\ n\ \ z$; *д)* $X=\pi/3+2\pi n;\ n\ \ z$;
12	Заменить степень $2^{\frac{3}{4}}$корнем	а)$\sqrt[4]{2^3}$ б)$\sqrt[5]{2^3}$; *в)*$\sqrt[3]{2^5}$; *г)*$\sqrt[3]{2^4}$; *д)*$\sqrt[7]{2^2}$;
13	Вычислить $\sqrt[3]{\frac{250}{2}}$	а) 125; б) 5; в) 6/5; г)150; д) 36/25;
14	Решить показательное уравнение $2^{\frac{x}{3}}=8$	а) 0,8; б)9; в)3; г)1; д)0;
15	Чему равен $log_{1/2}8$?	а) 2; б)3; в) -3; г) 4; д) 1/4;
16	Найти, $f\ '(1)$, если $f(x)= 8x^5-20x^3+6$	а)16; б)14; в)-11; г)-14; д)-20
17	Найти угловой коэффициент прямой, образующий с осью ОХ угол 60^0	а)К=1; б) $k=1/\sqrt{3}$; в) $K=\sqrt{3}$; г)К=2; д)К=-1.
18	Найти координаты вектора АВ, если А(1;2;-3), В(1;-4;5)	а) (-5;-5;6); б) (5;5;-6); в)(0;6;-8); г) (0;-6;8); д) (2;-2;2).
19	Найти длину вектора *а,* если *а(-1;-2;-3)*	а)$\sqrt{45}$; б) $\sqrt{9}$; в)$\sqrt{6}$; г) $\sqrt{14}$; д) $\sqrt{-14}$;
20	Найти скалярное произведение векторов *а*(3;-5;1) и b(4:1;-1)	а) 6; б)7; в) 8; г) -4; д) -5.

21	Что является графиком функции y=3/x ?	а) гипербола; б) парабола; в) кубическая парабола; г) синусоида; д) прямая.
22	Найти длину окружности, если ее диаметр равен 16 см.	а) 6πсм; б) 4πсм; в) 8πсм; г) 9πсм; д) 16πсм.
23	Найти диаметр окружности, если ее радиус равен 8 см	а) 12 см; б) 14 см; в) 16 см; г) 3 см; д) 4 см.
24	Какие точки называются точками *min* функции?	а) в которой график функции не пересекает ось OX; б) производная в которых равна 0 или не существует; в) производная в точке меняет знак с «+» на «-»; г) производная в точке меняет знак с «-»на «+»; д) точка пресечения графика с осью OY.
25	Сколько боковых граней имеет цилиндр?	а) 1; б) 2; в) 3; г) 4; д) ни одной.
26	Сколько оснований имеет пирамида?	а) 1; б) 2; к) 3; г) 4; д) ни одного.
27	Какой плоской фигурой является боковая грань наклонной шестиугольной призмы?	а)квадратом; б)параллелограммом; в)прямоугольником; г)кругом; д)треугольником;
28	Сколько диагоналей имеет шестиугольник?	а)ни одной; б)4; в)3; г)2; д)1.
29	Сколько градусов имеет угол, равный $\pi/2$ радиан?	а)180^0; б)360^0; в)270^0; г)90^0; д)45^0;
30	Найти 75% от 160.	а) 125; б) 50; в) 75; г) 80; д) 120;

Образец выполнения теста:

Вариант ___

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Решение:

Литература

1. Алимов Ш.А. учебник «Алгебра и начала анализа 10-11 класс». М.-Просвещение 2014год.
2. Атанасян Л.С. учебник «Геометрия. 10-11 класс», М.:Просвещение, 2016 год.
3. Мордкович А.Г. учебник «Алгебра и начала анализа. 10-11 класс» 2015 год.
4. Богомолов Н.В. «Практические занятия по математике» учеб. пособие для техникумов 2014 год.

Интернет - ресурсы

1. http://catalog.alledu.ru/predmet/math/
2. Учебно-информационные комплексы по математике для средних школ:
http://mschool.kubsu.ru/uik/index.htm
3. Сайт-справочник правил, формул и теорем по математике:

   http://matemathik.narod.ru/
4. http://khpiip.mipk.kharkiv.edu/library/datastr/book_sod/structura/chapter8.htm
5. http://www.bymath.net/studyguide/alg/sec/alg26.html

Справочные материалы.

Алгебра

Таблица квадратов целых чисел от 0 до 99

Десятки	Единицы									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Свойства арифметического квадратного корня

$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$ при $a\geq 0$, $b\geq 0$

$\sqrt{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ при $a\geq 0$, $b>0$

Корни квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$, $a\neq 0$

$x_1=\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, $x_2=\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ при $b^2-4ac>0$

$x=-\dfrac{b}{2a}$ при $b^2-4ac=0$

Формулы сокращенного умножения

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ и НЕРАВЕНСТВА

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ

1. Перенести все слагаемые в левую часть уравнения, упростить её, получить уравнение вида
$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ где } a \neq 0.$$
2. Вычислить дискриминант D.
3. Если $D \geqslant 0$, вычислить корни уравнения.
   Если $D < 0$, записать ответ: «корней нет».

ФОРМУЛЫ ДИСКРИМИНАНТА И КОРНЕЙ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ

В общем случае:

$$D = b^2 - 4ac, \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Если b — чётное, удобнее считать:

$$\frac{D}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac, \quad x_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{D}{4}}}{a}$$

РЕШЕНИЕ НЕПОЛНЫХ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ

$ax^2 = 0$	$ax^2 + bx = 0$	$ax^2 - c = 0$
$x = 0$	$x_1 = 0,\ x_2 = -\frac{b}{a}$	при $\frac{c}{a} \geq 0$ $\quad x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{c}{a}}$, при $\frac{c}{a} < 0$ $\quad$ корней нет

ТЕОРЕМА ВИЕТА

x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ $\iff$ $\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \\ x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \end{cases}$

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ КВАДРАТНОГО НЕРАВЕНСТВА

1. Привести неравенство к виду $ax^2 + bx + c > 0$ или $ax^2 + bx + c < 0$.
2. Найти нули функции $y = ax^2 + bx + c$ и схематично изобразить её график.
3. На оси Ox найти промежутки, где $y > 0$ и где $y < 0$.
4. Выбрать нужные промежутки.

Пример:
$x^2 - 4x + 3 < 0$
$x_1 = 1,\ x_2 = 3$

Ответ: $x \in (1; 3)$

Свойства степени

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\left(a^n\right)^m = a^{n \cdot m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\frac{1}{a^m} = a^{-m}$$

$$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$$

$$1^n = 1 \qquad a^0 = 1 \qquad a^1 = a$$

Логарифмы

основные тождества

$$a^{\log_a x} = x \quad (x > 0)$$

$$\log_a a^x = x$$

десятичный логарифм

$$\log_{10} b = \lg b$$

натуральный логарифм

$$\log_e b = \ln b$$

$$e \approx 2{,}7$$

свойства логарифмов

$$\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$$

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a} \qquad \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b \qquad \log_{a^k} b^n = \frac{n}{k} \log_a b$$

$$\log_a b^n = n \cdot \log_a b$$

Таблица степеней:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1^n	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2^n	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3^n	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049
4^n	4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144	1048576
5^n	5	25	125	625	3125	15625	78125	390625	1953125	9765625
6^n	6	36	216	1296	7776	46656	279936	1679616	10077696	60466176
7^n	7	49	343	2401	16807	117649	823543	5764801	40353607	282475249
8^n	8	64	512	4096	32768	262144	2097152	16777216	134217728	1073741824
9^n	9	81	729	6561	59049	531441	4782969	43046721	387420489	3486784401
10^n	10	100	1000	10000	100000	1000000	10000000	100000000	1000000000	10000000000

Таблица производных:

Таблица производных простейших элементарных функций

1. $c' = 0,\ c = \text{const}$
2. $\left(x^n\right)' = nx^{n-1}$
3. $\left(a^x\right)' = a^x \cdot \ln a$
4. $\left(e^x\right)' = e^x$
5. $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \ln a}$
6. $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$
7. $(\sin x)' = \cos x$
8. $(\cos x)' = -\sin x$
9. $\left(\sqrt{x}\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
10. $(\operatorname{tg} x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$
11. $(\operatorname{ctg} x)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$
12. $(\arcsin x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
13. $(\arccos x)' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
14. $(\operatorname{arctg} x)' = \dfrac{1}{1+x^2}$
15. $(\operatorname{arcctg} x)' = -\dfrac{1}{1+x^2}$
16. $(\operatorname{sh} x)' = \operatorname{ch} x$
17. $(\operatorname{ch} x)' = \operatorname{sh} x$
18. $(\operatorname{th} x)' = \dfrac{1}{\operatorname{ch}^2 x}$
19. $(\operatorname{th} x)' = -\dfrac{1}{\operatorname{sh}^2 x}$

Таблица интегралов:

Таблица простейших интегралов

1. $\int 0 \cdot du = C;$

2. $\int 1 \cdot du = u + C;$

3. $\int u^{\alpha} du = \frac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1;$

4. $\int \frac{1}{u^2} du = -\frac{1}{u} + C;$

5. $\int \frac{1}{\sqrt{u}} du = 2\sqrt{u} + C;$

6. $\int \frac{1}{u} du = \ln|u| + C;$

7. $\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + C;$

8. $\int e^u du = e^u + C;$

9. $\int \sin u du = -\cos u + C;$

10. $\int \cos u du = \sin u + C;$

11. $\int \frac{1}{\cos^2 u} du = \mathrm{tg} u + C;$

12. $\int \frac{1}{\sin^2 u} du = -\mathrm{ctg} u + C;$

Таблица «Решение треугольников»

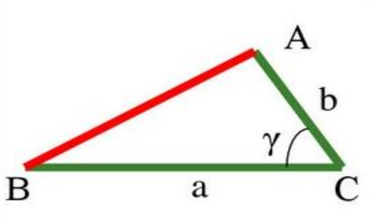
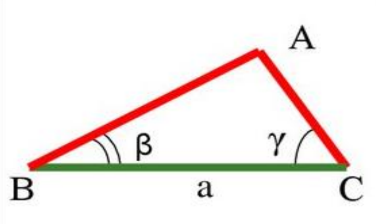
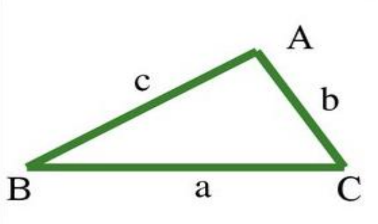
Решение треугольника по двум сторонам и углу между ними	Решение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам	Решение треугольника по трем сторонам
		
$c=\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos C}$ $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ $\angle B=180^\circ-(\angle A+\angle C)$	$\angle A=180^\circ-(\angle B+\angle C)$ $b=\dfrac{a\sin B}{\sin A}$ $c=\dfrac{a\sin C}{\sin A}$	$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ $\cos C=\dfrac{b^2+a^2-c^2}{2ab}$ $\angle B=180^\circ-(\angle A+\angle C)$

Таблица значений тригонометрических функций:

α°	0º	30º	45º	60º	90º	120º	135º	150º	180º	210º	225º	240º	270º	300º	315º	330º	360º
α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$Sin\,\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$Cos\,\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$tg\,\alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$ctg\,\alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-1	$-\sqrt{3}$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-1	$-\sqrt{3}$	–

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ

Свойства функций

$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$ | $\sin(2\pi n+\alpha)=\sin\alpha$, $T_0=2\pi$

$\cos(-\alpha)=\cos\alpha$ | $\cos(2\pi n+\alpha)=\cos\alpha$, $T_0=2\pi$

$\mathrm{tg}(-\alpha)=-\mathrm{tg}\alpha$ | $\mathrm{tg}(\pi n+\alpha)=\mathrm{tg}\alpha$, $T_0=\pi$

$\mathrm{ctg}(-\alpha)=-\mathrm{ctg}\alpha$ | $\mathrm{ctg}(\pi n+\alpha)=\mathrm{ctg}\alpha$, $T_0=\pi$

Основные тождества

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ $\qquad$ $\mathrm{tg}\alpha\cdot\mathrm{ctg}\alpha=1$

$\mathrm{tg}\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\dfrac{1}{\mathrm{ctg}\alpha}$ $\qquad$ $\mathrm{ctg}\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\dfrac{1}{\mathrm{tg}\alpha}$

$1+\mathrm{tg}^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}=\sec^2\alpha$ $\qquad$ $\sec\alpha=\dfrac{1}{\cos\alpha}$

$1+\mathrm{ctg}^2\alpha=\dfrac{1}{\sin^2\alpha}=\mathrm{cosec}^2\alpha$ $\qquad$ $\mathrm{cosec}\,\alpha=\dfrac{1}{\sin\alpha}$

Сумма углов

$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$

$\mathrm{tg}(\alpha\pm\beta)=\dfrac{\mathrm{tg}\alpha\pm\mathrm{tg}\beta}{1\mp\mathrm{tg}\alpha\,\mathrm{tg}\beta}$

$\mathrm{ctg}(\alpha\pm\beta)=\dfrac{\mathrm{ctg}\alpha\,\mathrm{ctg}\beta\mp1}{\mathrm{ctg}\alpha\pm\mathrm{ctg}\beta}$

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$

X	$\pi+\alpha$	$\pi-\alpha$	$2\pi+\alpha$	$2\pi-\alpha$	$\frac{\pi}{2}+\alpha$	$\frac{\pi}{2}-\alpha$	$\frac{3}{2}\pi+\alpha$	$\frac{3}{2}\pi-\alpha$
sinx	$-\sin\alpha$	$\sin\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$
cosx	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$\sin\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$
tgx	$\mathrm{tg}\alpha$	$-\mathrm{tg}\alpha$	$\mathrm{tg}\alpha$	$-\mathrm{tg}\alpha$	$-\mathrm{ctg}\alpha$	$\mathrm{ctg}\alpha$	$-\mathrm{ctg}\alpha$	$\mathrm{ctg}\alpha$
ctgx	$\mathrm{ctg}\alpha$	$-\mathrm{ctg}\alpha$	$\mathrm{ctg}\alpha$	$-\mathrm{ctg}\alpha$	$-\mathrm{tg}\alpha$	$\mathrm{tg}\alpha$	$-\mathrm{tg}\alpha$	$\mathrm{tg}\alpha$
f (x)	сохраняется				меняется			

$\sin\alpha=\pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}$ $\qquad$ $\cos\alpha=\pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}$

$\sin\alpha=\dfrac{1}{\pm\sqrt{1+\mathrm{ctg}^2\alpha}}$ $\qquad$ $\cos\alpha=\dfrac{1}{\pm\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\alpha}}$

$\sin\alpha=\dfrac{\mathrm{tg}\alpha}{\pm\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\alpha}}$ $\qquad$ $\cos\alpha=\dfrac{\mathrm{ctg}\alpha}{\pm\sqrt{1+\mathrm{ctg}^2\alpha}}$

Сумма функций

$\sin\alpha\pm\sin\beta=2\sin\dfrac{\alpha\pm\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha\mp\beta}{2}$

$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$

$\cos\alpha-\cos\beta=2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\sin\dfrac{\beta-\alpha}{2}$

$\mathrm{tg}\alpha\pm\mathrm{tg}\beta=\dfrac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$

$\mathrm{ctg}\alpha\pm\mathrm{ctg}\beta=\dfrac{\sin(\beta\pm\alpha)}{\sin\alpha\sin\beta}$

$\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{ctg}\beta=\dfrac{\cos(\alpha-\beta)}{\cos\alpha\sin\beta}$

$\mathrm{ctg}\alpha-\mathrm{tg}\beta=\dfrac{\cos(\alpha+\beta)}{\sin\alpha\cos\beta}$

$\cos\alpha\pm\sin\alpha=\sqrt{2}\sin\left(\dfrac{\pi}{4}\pm\alpha\right)=\sqrt{2}\cos\left(\dfrac{\pi}{4}\mp\alpha\right)$

$A\sin\alpha+B\cos\alpha=R\sin(\alpha+\varphi)$,

где $R=\sqrt{A^2+B^2}$, $\cos\varphi=\dfrac{A}{R}$, $\sin\varphi=\dfrac{B}{R}$

f (α) ⟶ через $\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}$ или $\mathrm{tg}\alpha$

$\sin\alpha=\dfrac{2\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}}{1+\mathrm{tg}^2\frac{\alpha}{2}}$ $\qquad$ $\cos\alpha=\dfrac{1-\mathrm{tg}^2\frac{\alpha}{2}}{1+\mathrm{tg}^2\frac{\alpha}{2}}$ $\qquad$ $\sin2\alpha=\dfrac{2\mathrm{tg}\alpha}{1+\mathrm{tg}^2\alpha}$ $\qquad$ $\cos2\alpha=\dfrac{1-\mathrm{tg}^2\alpha}{1+\mathrm{tg}^2\alpha}$

$\mathrm{tg}\alpha=\dfrac{2\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}}{1-\mathrm{tg}^2\frac{\alpha}{2}}$ $\qquad$ $\mathrm{ctg}\alpha=\dfrac{1-\mathrm{tg}^2\frac{\alpha}{2}}{2\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}}$ $\qquad$ $\mathrm{tg}2\alpha=\dfrac{2\mathrm{tg}\alpha}{1-\mathrm{tg}^2\alpha}$ $\qquad$ $\mathrm{ctg}2\alpha=\dfrac{1-\mathrm{tg}^2\alpha}{2\mathrm{tg}\alpha}$

2α ⟶ α

$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$

$\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$

$\cos2\alpha=1-2\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1$

$\mathrm{tg}2\alpha=\dfrac{2}{\mathrm{ctg}\alpha-\mathrm{tg}\alpha}$

$\mathrm{ctg}2\alpha=\dfrac{\mathrm{ctg}^2\alpha-1}{2\,\mathrm{ctg}\alpha}=\dfrac{\mathrm{ctg}\alpha-\mathrm{tg}\alpha}{2}$

$\frac{\alpha}{2}$ ⟶ α

$\sin\dfrac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{2}}$ $\qquad$ $\cos\dfrac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{2}}$

$\mathrm{tg}\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}=\dfrac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}=\pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$

$\mathrm{ctg}\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}=\dfrac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}=\pm\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}$

3α ⟶ α

$\sin3\alpha=3\sin\alpha-4\sin^3\alpha$

$\cos3\alpha=4\cos^3\alpha-3\cos\alpha$

$\mathrm{tg}3\alpha=\dfrac{3\mathrm{tg}\alpha-\mathrm{tg}^3\alpha}{1-3\mathrm{tg}^2\alpha}$

$\mathrm{ctg}3\alpha=\dfrac{\mathrm{ctg}^3\alpha-3\mathrm{ctg}\alpha}{3\mathrm{ctg}^2\alpha-1}$

Произведение функций

$\sin\alpha\sin\beta=\dfrac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)]$

$\cos\alpha\cos\beta=\dfrac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)]$

$\sin\alpha\cos\beta=\dfrac{1}{2}[\sin(\alpha-\beta)+\sin(\alpha+\beta)]$

$\cos\alpha\sin\beta=\dfrac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)]$

$\mathrm{tg}\alpha\,\mathrm{tg}\beta=\dfrac{\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{tg}\beta}{\mathrm{ctg}\alpha+\mathrm{ctg}\beta}$

$\mathrm{ctg}\alpha\,\mathrm{ctg}\beta=\dfrac{\mathrm{ctg}\alpha+\mathrm{ctg}\beta}{\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{tg}\beta}$

$\sin(\alpha+\beta)\cdot\sin(\alpha-\beta)=\cos^2\beta-\cos^2\alpha$

$\cos(\alpha+\beta)\cdot\cos(\alpha-\beta)=\cos^2\beta-\sin^2\alpha$

$1-\cos\alpha=2\sin^2\dfrac{\alpha}{2}$

$1+\cos\alpha=2\cos^2\dfrac{\alpha}{2}$

$1-\sin\alpha=2\sin^2\left(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{\alpha}{2}\right)$

$1+\sin\alpha=2\sin^2\left(\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\alpha}{2}\right)$

Степень

$\sin^2\alpha=\dfrac{1}{2}(1-\cos2\alpha)$ $\qquad$ $\cos^2\alpha=\dfrac{1}{2}(1+\cos2\alpha)$

$\sin^3\alpha=\dfrac{1}{4}(3\sin\alpha-\sin3\alpha)$ $\qquad$ $\cos^3\alpha=\dfrac{1}{4}(3\cos\alpha+\cos3\alpha)$

$\sin^4\alpha=\dfrac{1}{8}(\cos4\alpha-4\cos2\alpha+3)$ $\qquad$ $\cos^4\alpha=\dfrac{1}{8}(\cos4\alpha+4\cos2\alpha+3)$

Общий вид уравнений

$\sin x=a$ $\quad x=(-1)^n\arcsin a+\pi n$, $n\in Z$

$\cos x=a$ $\quad x=\pm\arccos a+2\pi n$, $n\in Z$

$\mathrm{tg}x=a$ $\quad x=\mathrm{arctg}\,a+\pi n$, $n\in Z$

$\mathrm{ctg}x=a$ $\quad x=\mathrm{arcctg}\,a+\pi n$, $n\in Z$

Особый случай

Осевые углы

$\sin x=1$ $\quad x=\dfrac{\pi}{2}+2\pi n$, $n\in Z$

$\sin x=-1$ $\quad x=-\dfrac{\pi}{2}+2\pi n$, $n\in Z$

$\sin x=0$ $\quad x=\pi n$, $n\in Z$

$\cos x=1$ $\quad x=2\pi n$, $n\in Z$

$\cos x=-1$ $\quad x=\pi+2\pi n$, $n\in Z$

$\cos x=0$ $\quad x=\dfrac{\pi}{2}+\pi n$, $n\in Z$

$\mathrm{tg}x=0$ $\quad x=\pi n$, $n\in Z$

$\mathrm{ctg}x=0$ $\quad x=\dfrac{\pi}{2}+\pi n$, $n\in Z$

a	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$
arcsin a	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$		
arccos a	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	0		
arctg a	0				$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$
arcctg a	$\frac{\pi}{2}$				$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$

помни:

знаменатель $\neq 0$

$\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\sin x\approx\mathrm{tg}x\approx x$, если $x_{рад}\to0$

Свойства

$\arcsin(-a)=-\arcsin a$ $\qquad$ $\arccos(-a)=\pi-\arccos a$

$\mathrm{arctg}(-a)=-\mathrm{arctg}\,a$ $\qquad$ $\mathrm{arcctg}(-a)=\pi-\mathrm{arcctg}\,a$

$\sin x=\dfrac{1}{2}$, $x=(-1)^n\arcsin\dfrac{1}{2}+\pi n=(-1)^n\dfrac{\pi}{6}+\pi n$, $n\in Z$

$\cos x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $x=\pm\arccos\dfrac{\sqrt{2}}{2}+2\pi n=\pm\dfrac{\pi}{4}+2\pi n$, $n\in Z$

$\mathrm{tg}x=\sqrt{3}$, $x=\mathrm{arctg}\sqrt{3}+\pi n=\dfrac{\pi}{3}+\pi n$, $n\in Z$

$\sin x=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $x=(-1)^n\arcsin\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)+\pi n=(-1)^n\left(-\arcsin\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)+\pi n=(-1)^n\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)+\pi n=(-1)^{n+1}\dfrac{\pi}{3}+\pi n$, $n\in Z$

$\cos x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $x=\pm\arccos\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)+2\pi n=\pm\left(\pi-\arccos\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)+2\pi n=\pm\left(\pi-\dfrac{\pi}{4}\right)+2\pi n=\pm\dfrac{3}{4}\pi+2\pi n$, $n\in Z$

Производные

$\sin' x=\cos x$ $\qquad$ $\cos' x=-\sin x$

$\mathrm{tg}' x=\dfrac{1}{\cos^2 x}$ $\qquad$ $\mathrm{ctg}' x=-\dfrac{1}{\sin^2 x}$

Первообразные

$f(x)=\sin x$ $\qquad$ $F(x)=-\cos x+c$

$f(x)=\cos x$ $\qquad$ $F(x)=\sin x+c$

$f(x)=\dfrac{1}{\cos^2 x}$ $\qquad$ $F(x)=\mathrm{tg}x+c$

$f(x)=\dfrac{1}{\sin^2 x}$ $\qquad$ $F(x)=-\mathrm{ctg}x+c$

$f(x)=\mathrm{tg}x$ $\qquad$ $F(x)=-\ln|\cos x|+c$

$f(x)=\mathrm{ctg}x$ $\qquad$ $F(x)=\ln|\sin x|+c$

$\boxed{(-1)^n(-1)=(-1)^{n+1}}$

Длина окружности: $C=2\pi r$

Площадь круга: $S=\pi r^2$

r — радиус окружности

a, b — стороны

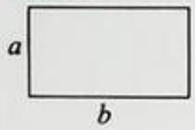
h — высота

S — площадь

ФИГУРЫ И ИХ ПЛОЩАДИ

Прямоугольник

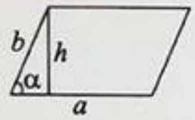
$S=a\cdot b$



Параллелограмм

$S=a\cdot h$

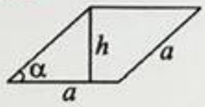
$S=a\cdot b\cdot \sin\alpha$



Ромб

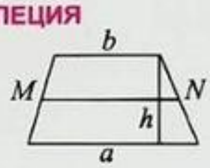
$S=a\cdot h$

$S=a^2\cdot \sin\alpha$



Трапеция

$S=\dfrac{a+b}{2}\cdot h$



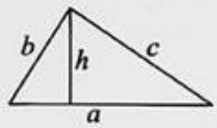
$\dfrac{a+b}{2}$ — средняя линия

Треугольник

$S=\dfrac{1}{2}a\cdot h$

$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$p=\dfrac{a+b+c}{2}$

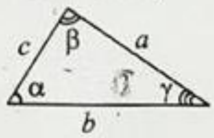


Теорема косинусов

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$

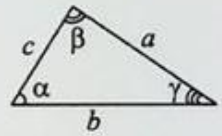
$b^2=a^2+c^2-2ac\cos\beta$

$c^2=a^2+b^2-2ab\cos\gamma$



Теорема синусов

$$\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}$$



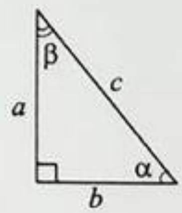
Соотношения сторон прямоугольного треугольника

$\dfrac{a}{c}=\sin\alpha$ $\quad$ $\dfrac{a}{c}=\cos\beta$

$\dfrac{b}{c}=\cos\alpha$ $\quad$ $\dfrac{b}{c}=\sin\beta$

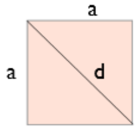
$\dfrac{a}{b}=\operatorname{tg}\alpha$ $\quad$ $\dfrac{b}{a}=\operatorname{tg}\beta$

$\dfrac{b}{a}=\operatorname{ctg}\alpha$



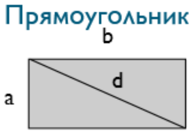
Формулы для нахождения площадей фигур

Квадрат



$S = a^2, \quad S = \dfrac{d^2}{2}$

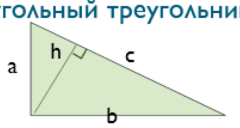
Прямоугольник



$S = ab \ , \quad S = \dfrac{1}{2} d^2 Sin\varphi$

где φ- угол между диагоналями

Прямоугольный треугольник

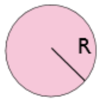


$S = \dfrac{1}{2} ab \ , \quad S = \dfrac{1}{2} ch_c$

$S = pr$

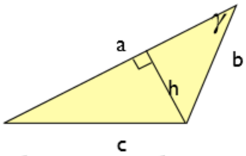
где r - радиус впис. окружности

Круг



$S = \pi R^2$

Треугольник



$S = \dfrac{1}{2} ah_a, \quad S = \dfrac{1}{2} abSin\gamma,$

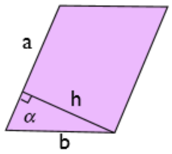
$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$

где p - полупериметр

$S = \dfrac{abc}{4R}, \quad S = pr$

где R - радиус опис. окружности,
r - радиус впис. окружности

Параллелограмм

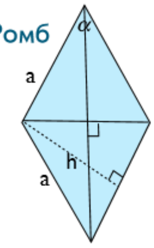


$S = ah_a, \quad S = abSin\alpha,$

$S = \dfrac{1}{2} d_1 d_2 Sin\varphi$

где φ- угол между диагоналями $d_1, \ d_2$

Ромб



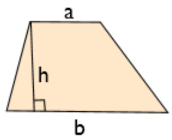
$S = ah \ , \quad S = a^2 Sin\alpha,$

$S = \dfrac{1}{2} d_1 d_2$

$S = pr$

где r - радиус впис. окружности

Трапеция



$S = \dfrac{a+b}{2} h$

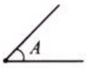
$S = pr$

где r - радиус впис. окружности, если таковая есть

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ

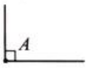
ВИДЫ УГЛОВ

Острый



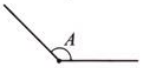
$\angle A < 90°$

Прямой



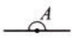
$\angle A = 90°$

Тупой



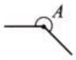
$90° < \angle A < 180°$

Развернутый



$\angle A = 180°$

Невыпуклый

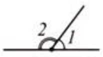


$180° < \angle A < 360°$

Полный

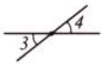
$\angle A = 360°$

Смежные углы



$\angle 1 + \angle 2 = 180°$ –

Вертикальные углы



$\angle 3 = \angle 4$ –

КОНУС

$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$

Площадь боковой поверхности

$S = \pi Rl$, где l — образующая конуса

Площадь полной поверхности

$S = \pi rl + \pi r^2$

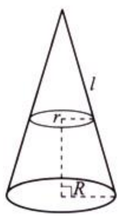
Площадь полной поверхности усеченного конуса

$S = \pi l(r+R) + \pi R^2 + \pi r^2$

r и R радиусы оснований

Объем усеченного конуса

$V = \frac{1}{3} \pi h(R^2 + rR + r^2)$



ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК

Прямоугольник

$S = ab$

$P = 2(a+b)$

Квадрат

$S = a^2$

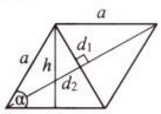
$P = 4a$

Ромб

$S = a \cdot h = \dfrac{d_1 d_2}{2} = a^2 \sin\alpha$

$P = 4a$

$d_1^2 + d_2^2 = 4a^2$

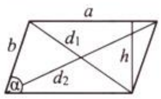


Параллелограмм

$S = a \cdot h$

$P = 2(a+b)$

$d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$

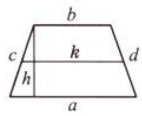


Трапеция

$S = \dfrac{a+b}{2} \cdot h = kh$

Средняя линия трапеции

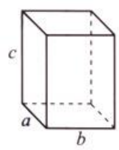
$k = \dfrac{a+b}{2}$



ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

$V = abc$

$S_{полн.} = 2(ab + bc + ac)$



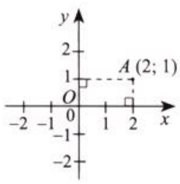
КООРДИНАТНАЯ ПЛОСКОСТЬ

OX — ось абсцисс

OY — ось ординат

$A(2;\ 1)$

абсцисса ордината



ШАР

$V = \frac{4}{3} \pi R^3$

Площадь сферы $S_{полн.} = 4\pi R^2$

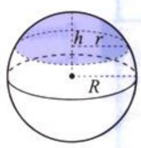
Площадь поверхности шарового сегмента

$S = 2\pi Rh = \pi(r^2 + h^2)$

$r = \sqrt{h(2R - h)}$

r — радиус основания сегмента

h — высота сегмента



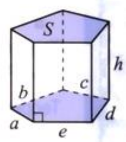
Объем шарового сегмента

$V = \pi h^2 \left(R - \frac{1}{3} h\right)$

ПРИЗМА

$V = S \cdot h$

Площадь поверхности призмы равняется сумме площадей всех ее граней



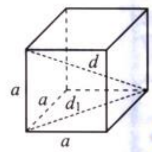
КУБ

$V = a^3$

$S_{гр.} = a^2, \quad S_{бок.} = 4a^2$

$S_{полн.} = 6a^2$

$d = a\sqrt{3}, \quad d_1 = a\sqrt{2}$



Справочные материалы. Геометрические фигуры
ООО «Попурри». Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/150 от 24.01.2014 г.
Республика Беларусь, 220013,
г. Минск, ул. Мележа, 5, корп. 2, к. 403.
Отпечатано: ООО «Фалио-Карта».
Свидетельство о ГРИИРПИ № 2/192
от 19.12.2016 г. Республика Беларусь,
220036, г. Минск, пер. Северный, 13/5.
Тираж 1000 экз. Заказ №0036.

ISBN 978-985-15-3138-3

Общие критерии и нормы достижений обучающихся.

Фиксация результатов текущего контроля осуществляется по пятибалльной системе: – «2» – неудовлетворительно; – «3» – удовлетворительно; – «4» – хорошо; – «5» – отлично.

Оценка «5» ставится в случае: 1. Знания, понимания, глубины усвоения обучающимися всего объема программного материала. 2. Умения выделять главные положения в изученном материале, делать выводы, устанавливать межпредметные и внутрипредметные связи, творчески применять полученные знания в незнакомой ситуации. 3. Отсутствия ошибок и недочетов при воспроизведении изученного материала при устных ответах, устранения отдельных неточностей с помощью дополнительных вопросов учителя, соблюдения культуры письменной и устной речи, правил оформления письменных работ.

Оценка «4» ставится в случае: 1. Знания всего изученного программного материала. 2. Умения выделять главные положения в изученном материале, на основании фактов и примеров обобщать, делать выводы, устанавливать внутрипредметные связи, применять полученные знания на практике. 3. Незначительных (негрубых) ошибок и недочетов при воспроизведении изученного материала, соблюдение основных правил культуры письменной и устной речи, правил оформления письменных работ.

Оценка «3» ставится в случае: 1. Знания и усвоения материала на уровне минимальных требований программы, затруднений при самостоятельном воспроизведении, необходимости незначительной помощи преподавателя. 2. Умения работать на уровне воспроизведения, затруднений при ответах на видоизмененные вопросы. 3. Наличия грубой ошибки, нескольких негрубых ошибок при воспроизведении изученного материала, незначительного несоблюдения основных правил культуры письменной и устной речи, правил оформления письменных работ.

Оценка «2» ставится в случае: 1. Знания и усвоения материала на уровне ниже минимальных требований программы, отдельных представлений об изученном материале. 2. Отсутствия умений работать на уровне воспроизведения, затруднений при ответах на стандартные вопросы. 3. Наличия нескольких грубых ошибок, большого числа негрубых при воспроизведении изученного материала, значительного несоблюдения основных правил культуры письменной и устной речи, правил оформления письменных работ. 4. Полного незнания изученного материала, отсутствия элементарных умений и навыков.

Критерии оценивания знаний, умений, навыков по общеобразовательным предметам

Математика- геометрия, алгебра

Каждый вариант контрольной работы должен быть выстроен по одной и той же схеме; задания обязательного минимума – до первой черты, задания среднего уровня – между первой и второй чертой, задания уровня выше среднего – после второй черты.

Шкала отметок за выполнение контрольной работы: успешное выполнение только заданий обязательного минимума – отметка «3»;

за успешное выполнение заданий обязательного минимума и одного дополнительного (после первой или второй черты) – отметка «4»;

за успешное выполнение заданий всех трёх уровней – отметка «5».

Критерии оценивания устных и письменных ответов по геометрии

Устный ответ оценивается отметкой «5», если ученик полно раскрыл, содержание материала в объеме, предусмотренном программой и учебником; изложил материал грамотным языком в определенной логической последовательности, точно используя математическую терминологию и символику; правильно выполнил рисунки, чертежи, графики, сопутствующие ответу; показал умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации при выполнении практического задания; продемонстрировал усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость использованных при ответе умений и навыков; отвечал самостоятельно без наводящих вопросов учителя. Возможны одна – две неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые ученик легко исправил по замечанию учителя.

Ответ оценивается отметкой «4», если он удовлетворен в основном требованиям на отметку «5», но при этом имеет один из недостатков: в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие математического содержания ответа, исправленные по замечанию учителя; допущены ошибки или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые ученик легко исправил по замечанию учителя.

Отметка «3» ставится в следующих случаях: неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения программного материала (определенные «Требованиями к математической подготовке учащихся»); мелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий и, использовании математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов учителя; ученик не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил задания обязательного уровня сложности по данной теме; при знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность умений и навыков.

Отметка «2» ставится в следующих случаях: не раскрыто основное содержание учебного материала; обнаружено незнание или непонимание учеником большей или наиболее важной части учебного материала; допущены ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов учителя.

Оценка письменных контрольных работ учащихся по геометрии

Отметка «5» ставится в следующих случаях: работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Отметка «4» ставится, если работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умения обосновывать рассуждения не являлись специальным объектом проверки); допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

Отметка «3» ставится, если: допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, чертежах или графика, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Отметка «2» ставится, если: допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не владеет обязательными знаниями по данной теме в полной мере.