

28.03. 20.

Конспект урока « Призма»

Перечень вопросов, рассматриваемых в теме:

- Понятие призмы и виды призм;
- Элементы призмы: вершины, ребра, грани;
- Понятие площади боковой поверхности и площади полной поверхности призмы, формулы для вычисления;
- Призма как модель реальных объектов;
- Пространственная теорема Пифагора.

Глоссарий по теме

Призма – многогранник, составленный из равных многоугольников, расположенных в параллельных плоскостях, и n параллелограммов.

Боковые грани – все грани, кроме оснований.

Боковые ребра – общие стороны боковых граней.

Основания призмы – равные многоугольники, расположенные в параллельных плоскостях.

Прямая призма – призма, боковые ребра которой перпендикулярны основаниям.

Правильная призма – прямая призма, в основании которой лежит правильный многоугольник.

Площадь полной поверхности призмы – сумма площадей всех ее граней.

Площадь боковой поверхности призмы – сумма площадей ее боковых граней.

Параллелепипед – призма, все грани которой – параллелограммы.

Прямоугольный параллелепипед – параллелепипед в основании которого лежит прямоугольник.

Основная литература:

Атанасян Л. С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С. Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10–11 классы : учеб. Для общеобразоват. организаций : базовый и углубл. Уровни – М. : Просвещение, 2014. – 255 с.

Открытые электронные ресурсы:

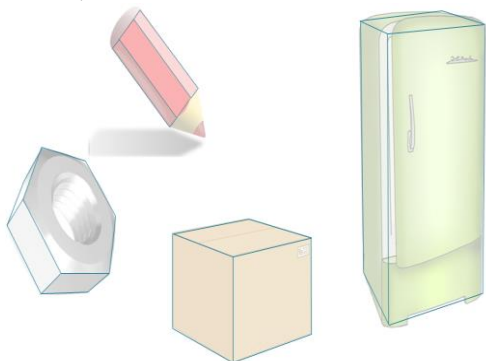
Открытый банк заданий ФИПИ <http://ege.fipi.ru/>

Задание:

1. Конспект урока. Рисунки качественные.
2. Задачи.
3. Если есть вопросы, то указана дополнительная литература

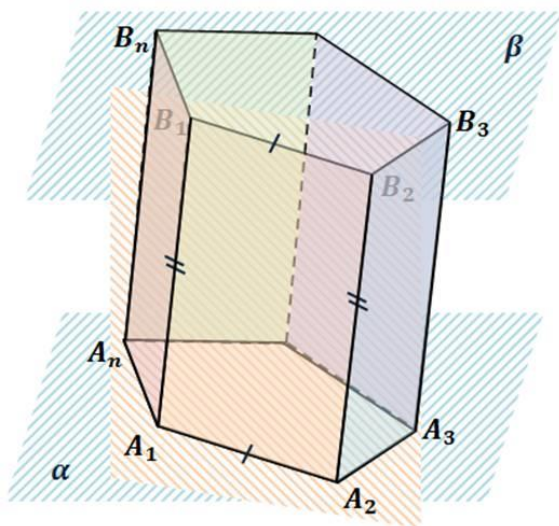
Мы с вами начали изучать многогранники. Напомню, что многогранник представляет собой геометрическое тело, ограниченное конечным числом плоских многоугольников, любые два смежных из которых не лежат в одной плоскости.

Призма – это один из видов многогранника. Можно привести много примеров призмы из реальной жизни. Это и многогранный карандаш, гайка, коробка, холодильник и многое другое.



Частные случаи призмы мы уже рассматривали ранее – это **прямоугольный параллелепипед и куб**.

Давайте рассмотрим, как можно построить многогранник, называемый призмой.



Итак, пусть есть две параллельные плоскости α и β . *Параллельными называют плоскости*, которые не имеют общих точек. Теперь в плоскости α возьмем какой-нибудь произвольный многоугольник $A_1A_2..A_n$, а в плоскости β – равный ему многоугольник $B_1B_2...B_n$. Причем так, чтобы равные стороны

этих многоугольников, т.е. $A_1A_2 \parallel B_1B_2, A_2A_3 \parallel B_2B_3, \dots, A_nA_1 \parallel B_nB_1$.

Замечание. Две прямые в пространстве называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.

Например, есть какая-то плоскость, в которой лежат прямые A_1A_2 и B_1B_2 и эти прямые в плоскости параллельны, т.е. не пересекаются.

Теперь проведем отрезки $A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3...A_nB_n$. В итоге, получим n четырехугольников $A_1A_2B_2B_1, A_2A_3B_3B_2, \dots, A_nA_1B_1B_n$.

Указанные четырехугольники являются параллелограммами.

Рассмотрим например, четырехугольник $A_1A_2B_2B_1$.

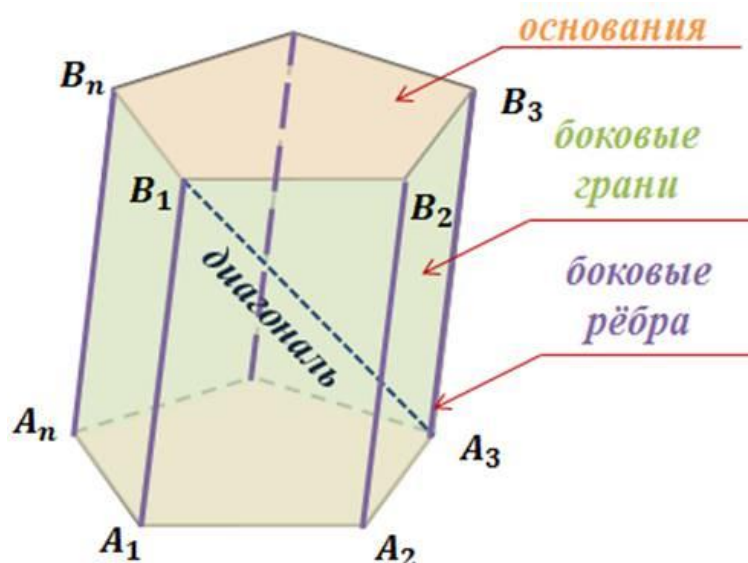
$A_1A_2 = B_1B_2, A_1A_2 \parallel B_1B_2$ – по построению.

Следовательно, $A_1B_1 = A_2B_2, A_1B_1 \parallel A_2B_2$.

Значит, $A_1A_2B_2B_1$ – параллелограмм.

Построенный многогранник $A_1A_2 \dots A_nB_1B_2 \dots B_n$, называется n -угольной призмой.

Определение. n -угольной призмой называется многогранник, у которого две грани – равные n -угольники, а остальные n граней – параллелограммы. Равные n -угольники называются основаниями призмы. Параллелограммы – боковыми гранями призмы. А стороны боковых граней, не являющиеся сторонами оснований призмы, называются боковыми ребрами призмы.



На рисунке, $A_1A_2 \dots A_nB_1B_2 \dots B_n$ – n -угольная призма. $A_1A_2 \dots$ и $B_1B_2 \dots B_n$ – основания призмы, параллелограммы $A_1A_2B_2B_1 \dots A_nA_1B_1B_n$ – боковые грани. А стороны $A_1B_1 \dots A_nB_n$ – боковые ребра призмы. Все они равны и параллельны друг другу, как стороны параллелограммов.

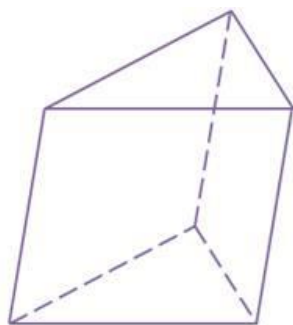
Отрезок, соединяющий две вершины призмы, не принадлежащие одной грани, например, B_1A_3 , называется диагональю призмы.

Объединение боковых граней называется **боковой поверхностью призмы**, а объединение всех граней называется **полной поверхностью призмы**. Тогда **площадью боковой поверхности призмы** называется сумма площадей ее боковых граней. А **площадью полной поверхности призмы** называется сумма площадей всех ее граней.

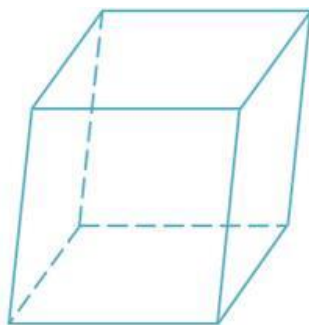
$$S_{\text{бок.пов.}} = S_{A_1B_1B_2A_2} + S_{A_2B_2B_3A_3} + \dots + S_{A_nB_nB_1A_1}$$

$$S_{\text{полн.пов.}} = S_{\text{бок.пов.}} + 2S_{\text{осн}}$$

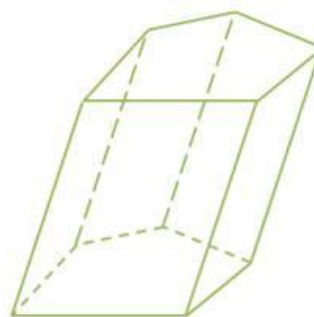
Призма в зависимости от того какой многоугольник лежит в основании имеет свое название. Если в основании лежит треугольник, то призма называется треугольной. Если четырехугольник – то четырехугольной призмой. А если n-угольник, то n-угольной призмой.



Треугольная призма

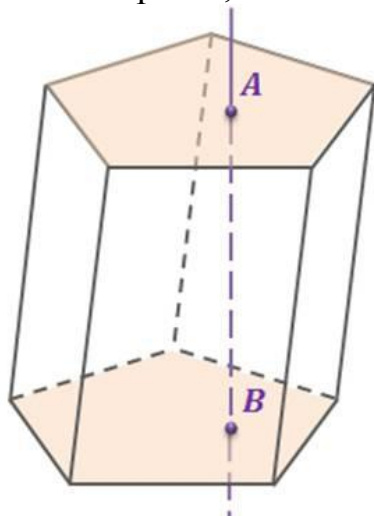


Четырехугольная призма



n-угольная призма

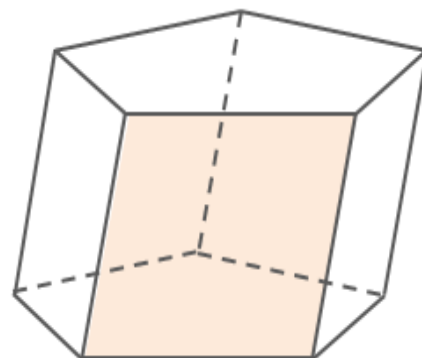
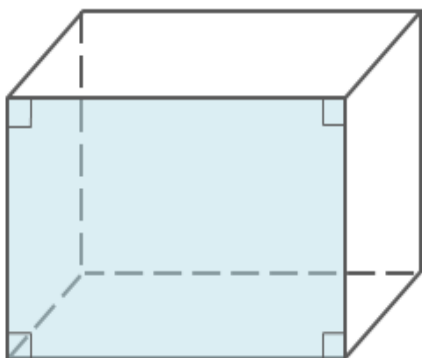
Теперь узнаем, что называют **высотой призмы**. Выберем произвольную точку А одного из оснований и проведем через нее прямую, перпендикулярную к плоскости другого основания и пересекающую ее в точке В. Отрезок, АВ называется высотой призмы.



Определение. Высота призмы – это перпендикуляр, проведенный из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого основания.

В зависимости от того перпендикулярны ли ребра основанию, призмы можно подразделить на прямые и наклонные.

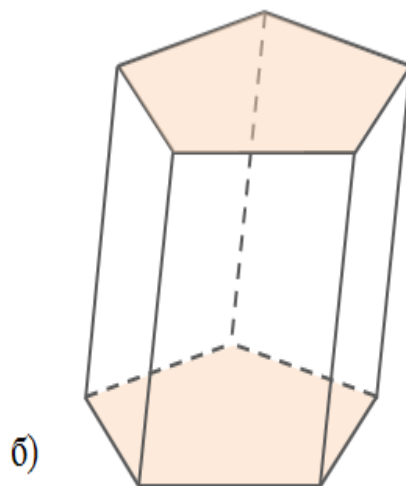
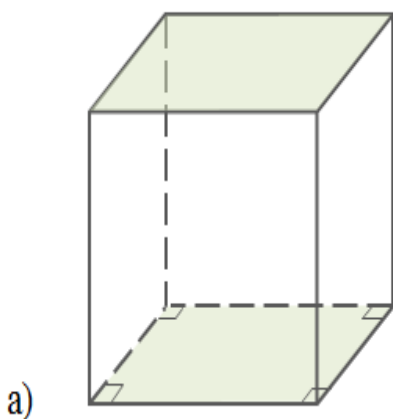
Если все боковые ребра призмы перпендикулярны к плоскостям ее оснований, то призма называется прямой. Если же боковые ребра не перпендикулярны основанию, то призма называется наклонной. На рисунке изображены примеры прямой и наклонной призм.



Обратите внимание, у прямой призмы боковые грани являются прямоугольниками. А у наклонной призмы – параллелограммы.

Прямая призма, основаниями которой являются правильные многоугольники, называется правильной.

Задание. Укажите, какая из призм является пятиугольной? Какая из призм является правильной? Какой многоугольник лежит в ее основании?



Решение.

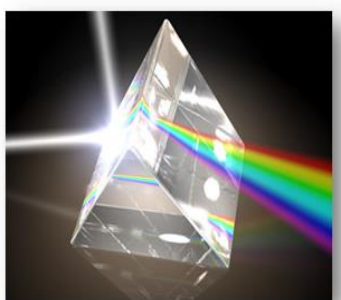
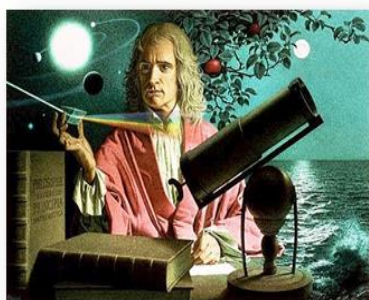
Итак, напомним, что призма в зависимости от того какой многоугольник лежит в основании имеет свое название. Так как нам нужно определить именно пятиугольную призму, значит, в ее основании должен лежать пятиугольник. Из указанных призм, подойдет вторая. В ее основании лежит пятиугольник.

Теперь нужно определить правильную призму. Напомню, что прямая призма, основаниями которой являются правильные многоугольники, называется правильной. В основании первой призмы лежит квадрат. Квадрат – это правильный многоугольник. Следовательно, первая призма правильная.

Ответ: б) пятиугольная призма; а) правильная призма.

«Призма» переводится с древнегреческого **πρίσμα** – «обрезок».

С призмой связан такой удивительный по красоте известный феномен природы, как радуга. Известно, что солнечный свет или обычный луч белого света в действительности является сочетанием семи цветов. Это доказал еще в 1666 году Исаак Ньютон. Он писал: «Я затемнил мою комнату и сделал очень маленькое отверстие в ставне для пропуска солнечного цвета. На пути солнечного луча я поставил особое трехгранное стеклышко – призму. На противоположной стене я увидел разноцветную полоску – спектр». Ньютон объяснил это тем, что призма разложила белый свет на составляющие его цвета. Таким образом, Ньютон первый разгадал, что солнечный луч многоцветный.

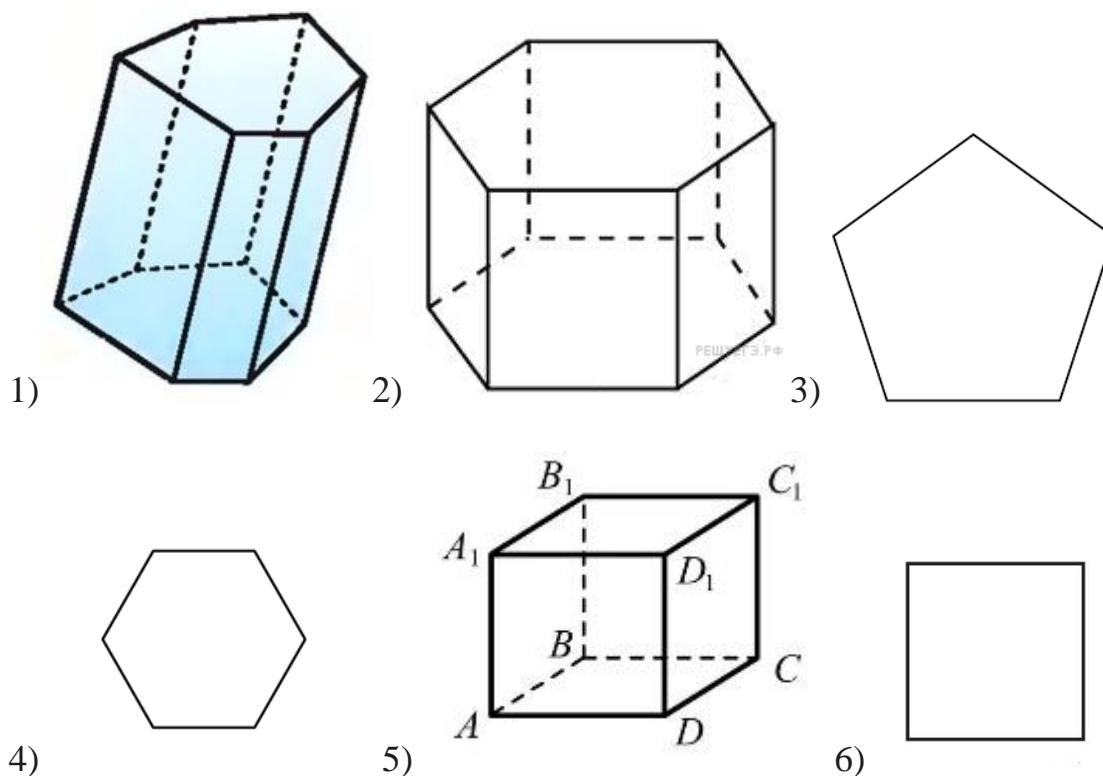


Что касается радуги, то миллиарды мельчайших дождевых капелек работают как маленькие призмы.

Призмы используются в различных станках и механизмах, в строительстве. В оптике имеется большое количество именных призм: призма Броунинга-Резерфорда, призма Амичи, призма Аббе, призма Лемана, призма Фуко и еще два десятка других специальных призм. **Примеры и разбор решения заданий тренировочного модуля**

Задание 1.

Найдите для каждой картинке пару



Решение

Все изображения можно разделить на две группы: призмы и многоугольники. Вспомним, что основанием призмы является многоугольник. Теперь необходимо посчитать количество вершин многоугольников в основаниях призм и сопоставить их с нужным изображением. Таким образом, получаем следующий ответ: 1 и 3, 2 и 4, 5 и 6.

Задание 2

Какие из перечисленных объектов могут быть элементами призмы?

- 1) параллельные плоскости
- 2) отрезок
- 3) точка
- 4) четырехугольник

Решение:

Вспомним сначала, какие элементы есть у призмы. Это ребра, грани, вершины, основания, высота, диагональ.

Ребра, высота и диагональ призмы представляют собой отрезок. Грани и основания – это многоугольники, то есть части плоскостей. Вершины – точки. Таким образом, подходят варианты 2, 3, 4.

Ответ: 2,3,4

итоги урока: На этом уроке мы познакомились с призмой. Узнали, что n -угольной призмой называется многогранник, у которого две грани – равные n -угольники, а остальные n граней – параллелограммы.

Равные n -угольники называются основаниями призмы. Параллелограммы – боковыми гранями призмы. А стороны боковых граней, не являющиеся сторонами оснований призмы, называются боковыми ребрами призмы.

Призма в зависимости от того какой многоугольник лежит в основании имеет свое название: например, треугольная призма, четырехугольная призма, n -угольная призма.

Ввели понятие высоты призмы. Высота призмы – это перпендикуляр, проведенный из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого основания.

А также узнали, какие призмы называют прямыми, а какие – наклонными.